

۱- اگر X یک متغیر تصادفی نرمال استاندارد باشد و $Y = X^2$ ، مقدار $E(Y)$ را بیابید؟

۱. ۲ ۲. ۱ ۳. ۴ ۴. ۳

۲- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n مستقل و هم توزیع با تابع توزیع مشترک و $Y_n = \max(X_1, \dots, X_n)$ باشند، در این صورت $F_{Y_n}(y)$ کدام است؟

۱. $1 - [1 - F_X(y)]^n$ ۲. $1 - [F_X(y)]^n$ ۳. $[F_X(y)]^n$ ۴. $[F_Y(y)]^n$

۳- اگر مدت زمان کارکرد قطعه ای دارای توزیع نمایی با میانگین ۱۰۰ باشد و همزمان ۱۰ تا از آنها با هم استفاده شوند، میانگین کارکرد قطعه ای که زودتر از همه خراب می شود را بیابید؟

۱. ۱۰ ۲. ۵ ۳. ۱ ۴. ۰/۵

۴- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل و هر یک دارای توزیع یکنواخت روی بازه صفر و یک باشند. اگر $Z = XY$ تعریف شود، توزیع چگالی آن را به دست آورید؟

www.nashr-estekhdam.ir

۱. $f_Z(z) = \log z I_{(1,\infty)}(z)$ ۲. $f_Z(z) = -\log z I_{(1,\infty)}(z)$

۳. $f_Z(z) = \log z I_{(0,1)}(z)$ ۴. $f_Z(z) = -\log z I_{(0,1)}(z)$

۵- در صورتی که X دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس یک باشد، تابع مولد گشتاور $Y = X^2$ کدام است؟

۱. $(1-2t)^{-\frac{1}{2}}, t < \frac{1}{2}$ ۲. $(2-\frac{1}{2}t)^{-\frac{1}{2}}, t < \frac{1}{2}$ ۳. $(2-\frac{1}{2}t)^{-\frac{1}{2}}, t < \frac{1}{2}$ ۴. $(1-2t)^{-\frac{1}{2}}, t < 1$

۶- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل برنولی باشند، یعنی $P[X_i = 0] = p$. در این صورت $m_{X_i}(t)$ را محاسبه نمایید؟

۱. $m_{X_i}(t) = q + pe^t$ ۲. $m_{X_i}(t) = (q + pe^t)^n$ ۳. $m_{X_i}(t) = p + qe^t$ ۴. $m_{X_i}(t) = (p + qe^t)^n$

۷- در حالتی که X دارای توزیع پارتو به صورت $f_X(x) = \theta x^{-\theta-1} I_{[1,\infty)}(x)$ باشد، توزیع $Y = \log_e X$ در کدام گزینه قرار دارد؟

۱. $f_Y(y) = 1 - \theta e^{-\theta y} I_{[1,\infty)}(y)$ ۲. $f_Y(y) = \theta e^{-\theta y} I_{[0,\infty)}(y)$

۳. $f_Y(y) = \theta e^{1-\theta y} I_{[1,\infty)}(y)$ ۴. $f_Y(y) = \theta e^{1-\theta y} I_{[0,\infty)}(y)$

۸- اگر X متغیری تصادفی با تابع توزیع پیوسته $F_X(x)$ باشد، آنگاه $U = F_X(x)$ چه توزیعی خواهد داشت؟

۰۲. یکنواخت روی صفر و یک

۰۱. χ^2

۰۴. گاما

۰۳. پارتو

۹- نسبت دو متغیر تصادفی نرمال استاندارد، دارای چه توزیعی است؟

۰۴. تی

۰۳. کشی

۰۲. گاما

۰۱. فیشر

۱۰- متغیرهای تصادفی X_1, X_2, \dots, X_n را در چه صورتی نمونه تصادفی گویند؟

۰۲. اگر مستقل و هم توزیع باشند.

۰۱. اگر دارای توزیع یکسان باشد.

۰۴. اگر مستقل و توزیع یکنواخت داشته باشند.

۰۳. اگر مستقل باشند.

۱۱- حجم نمونه را چه اندازه باید انتخاب کرد تا ۹۹ درصد مطمئن باشیم که \bar{X}_n در محدوده $0/5\sigma$ از μ قرار می گیرد؟

۰۴. ۴۰۰

۰۳. ۸۰

۰۲. ۱۲۰

۰۱. ۲۰۰

۱۲- اگر X_1, X_2, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع پواسن با میانگین λ باشد، آن گاه $P\left[\bar{X}_n = \frac{k}{n}\right]$ را به دست آورید؟

۰۴. پواسن با پارامتر λ

۰۳. پواسن با پارامتر $n\lambda$

۰۲. فوق هندسی

۰۱. دوجمله ای منفی

۱۳- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه تصادفی از چگالی کشی باشد، آنگاه:

۰۲. \bar{X}_n به ازای هر n ، آزاد توزیع است.

۰۱. \bar{X}_n به ازای هر n دارای توزیع کشی است.

۰۴. توزیع \bar{X}_n وجود ندارد.

۰۳. توزیع \bar{X}_n ، پارتو است.

۱۴- اگر Z_1, Z_2, \dots, Z_n نمونه تصادفی از توزیع نرمال استاندارد باشد، گزینه صحیح را انتخاب کنید؟

۰۱. \bar{Z} دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $\frac{1}{n}$ است.

www.nashr-estekhdam.ir

۰۲. $n\bar{Z}^2$ و $\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2$ مستقل اند.

۰۳. $\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2$ دارای توزیع کی دو با n درجه آزادی است.

۰۴. همه موارد

۱۵- در کدام توزیع، میانگین و واریانس نمونه به طور مستقل توزیع شده اند؟

۱. گاما
۲. نرمال
۳. کشی
۴. در هیچ توزیعی برقرار نیست.

۱۶- اگر V دارای توزیع کی دو با n درجه آزادی باشد، $E\left(\frac{1}{V}\right)$ را محاسبه کنید.

۱. $\frac{1}{n-2}$
۲. $\frac{n}{n-2}$
۳. $\frac{1}{n}$
۴. $\frac{n-1}{n}$

۱۷- اگر در توزیع تی استیودنت، درجه آزادی یک باشد، این توزیع تبدیل به چه توزیعی خواهد شد؟

۱. کی دو
۲. کشی
۳. فیشر
۴. نرمال استاندارد

۱۸- فرض کنید نمونه ای تصادفی به اندازه ۴ از جامعه ای با چگالی $f(x) = 2xI_{(0,1)}(x)$ باشد، $f_{Y_3}(y)$ را بیابید.

۱. $f_{Y_3}(y) = y^4(1-y^3)^2$
۲. $f_{Y_3}(y) = y^4(1-y^2)^3$
۳. $f_{Y_3}(y) = 12y^5(1-y^2)$
۴. $f_{Y_3}(y) = 6y^5(1-y^2)^3$

۱۹- اگر X دارای توزیع F با m و n درجه آزادی باشد، توزیع $W = \frac{m \frac{X}{1+m \frac{X}{n}}}{n}$ کدام است؟

۱. بتا
۲. گاما
۳. کشی
۴. فیشر

۲۰- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x} I_{(0, \theta)}(x)$ باشد. θ را به روش گشتاوری برآورد کنید.

۱. $\frac{1}{\sqrt{\sum (\bar{X} - X)^2}}$
۲. \bar{X}^2
۳. \bar{X}
۴. $\frac{1}{\bar{X}}$

www.nashr-estekhdam.ir

۲۱- اگر X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی نرمال با میانگین μ و واریانس یک باشد، یک آماره بسنده برای پارامتر مجهول کدام است؟

۱. \bar{X}_n
۲. $\sum X_i$
۳. $\sum (X_i - \bar{X})^2$
۴. گزینه ۱ و ۲

۲۲- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه $[\theta, \theta + 1]$ باشد. آماره بسنده را بیابید؟

۴. Y_n

۳. Y_1, Y_n

۲. Y_1

۱. \bar{X}, \bar{X}^2

۲۳- اگر فرض شود X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x} I_{(0, \theta)}(x)$ باشد، آنگاه کران پایین کرامر- رائو

www.nashr-estekhdam.ir

برای واریانس برآوردگرهای نااریب $\tau(\theta) = \frac{1}{\theta}$ کدام است؟

۴. $n\theta^2$

۳. $\frac{1}{n\theta^2}$

۲. $\frac{\theta^2}{n}$

۱. $\frac{\theta^2 - 1}{n + 1}$

۲۴- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی پواسن با پارامتر λ باشد، برای $e^{-\lambda}$ یک $UMVUE$ کدام است؟
($n > 1$)

۴. $\left(\frac{1}{\sum X_i}\right)^n$

۳. $\left(\frac{n}{\sum X_i}\right)^2$

۲. $\sum X_i \left(\frac{n}{n+1}\right)$

۱. $\left(\frac{n-1}{n}\right)^{\sum X_i}$

۲۵- در حالتی که X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از چگالی یکنواخت روی بازه $(\theta, \theta + 1]$ باشد. یک $UMVUE$ برای θ بیابید؟

۴. وجود ندارد.

۳. $\frac{Y_1}{Y_n}$

۲. $\frac{Y_n}{Y_1}$

۱. $Y_n - Y_1$

1	ب
2	ج
3	الف
4	د
5	الف
6	ج
7	ب
8	ب
9	ج
10	ب
11	د
12	ج
13	الف
14	الف
15	ب
16	الف
17	ب
18	ج
19	الف
20	د
21	د
22	ج
23	ج
24	الف
25	د

۱- در یک نمونه تصادفی n تایی از $N(\theta, 1)$ آماره بسنده برای θ کدام است؟

۱. $\sum_{i=1}^n X_i^2$ ۲. \bar{X} ۳. $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})$ ۴. $\prod_{i=1}^n X_i$

۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد برآوردگر گشتاوری پارامتر θ کدام است؟

۱. X_i ۲. \bar{X} ۳. $\sum X_i$ ۴. $2\bar{X}$

۳- اگر x دارای توزیع نرمال استاندارد باشد چگالی $|x|$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; 0 < x < \infty$ ۲. $\frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; 0 < x < \infty$
۳. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; -\infty < x < +\infty$ ۴. $\frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; -\infty < x < +\infty$

۴- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع دوجمله ای منفی با پارامترهای (r, p) باشد، برآوردگر نارایب $\frac{1}{p}$ کدام است؟

۱. $\frac{r}{X}$ ۲. $\frac{X-1}{r-1}$ ۳. $\frac{X}{r}$ ۴. وجود ندارد

۵- فرض کنید X_1 و X_2 و \dots نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ است. در این صورت توزیع $Y = 2X_i - \bar{X}$ کدام است؟

۱. $N\left(\mu, \frac{4n+3}{n} \sigma^2\right)$ ۲. $N\left(\mu, \frac{4n-3}{n} \sigma^2\right)$ ۳. $N\left(0, \frac{4n-3}{n} \sigma^2\right)$ ۴. $N\left(\mu, \frac{5\sigma^2}{n}\right)$

۶- فرض کنید $Y_1 < Y_2 < \dots < Y_5$ آماره های ترتیبی (مرتب) نمونه ای تصادفی به حجم ۵ از جامعه ای با چگالی $0 < x < 1$ ؛

www.nashr-estekhdam.ir

$f(x) = 2x$ باشند، چگالی میانه نمونه برابر است با:

۱. $60x^3(1-x^2) \quad 0 < x < 1$ ۲. $120x^3(1-2x^2) \quad 0 < x < 1$

۳. $60x^5(1-x^2)^2 \quad 0 < x < 1$ ۴. $120x^5(1-x^2)^2 \quad 0 < x < 1$

۷- فرض کنید X_i , $i = 1, 2, \dots, k$ یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع نرمال با میانگین μ_i واریانس σ_i^2 باشد نگاه توزیع $U = \sum_{i=1}^k \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$ کدام است.

۱. نمایی ۲. نرمال ۳. گاما ۴. مربع کای دو

۸- اگر $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، $S_k^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} (x_i - \bar{x})^2}{k-1}$ ، $S_{n-k}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n-k-1} (x_i - \bar{x})^2}{n-k-1}$ توزیع $\sigma^{-2} \{ (k-1)S_k^2 + (n-k-1)S_{n-k}^2 \}$ کدام است؟

۱. کی دو ۲. نرمال ۳. بتا ۴. استیودنت

۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی n تایی از توزیع زیر است :

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & , \quad x = 1, 2, \dots, \theta \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

که θ مجهول و عددی صحیح و مثبت است. در این صورت آماره بسنده برای θ کدام است ؟

۱. $\min x_i$ ۲. $\max x_i$ ۳. \bar{X} ۴. وجود ندارد .

۱۰- در سوال قبل (سوال ۹) توزیع $\frac{S_k^2}{S_{n-k}^2}$ کدام گزینه است؟ www.nashr-estekhdam.ir

۱. $F_{k-1, n-k}$ ۲. $F_{k, n-k}$ ۳. $F_{k-1, n-k-1}$ ۴. $F_{k, n-k-1}$

۱۱- کدام توزیع زیر عضو خانواده نمایی نیست؟

۱. نرمال ۲. دوجمله ای ۳. بتا ۴. یکنواخت

۱۲- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع یکنواخت $U(0, \theta)$ ، $0 < \theta < \infty$ باشد ، کدام گزینه صحیح است ؟

۱. $X_{(n)}$ آماره بسنده کامل است. ۲. $X_{(n)}$ آماره بسنده کامل نیست .
۳. $X_{(n)}$ آماره کامل است ولی بسنده نیست. ۴. $X_{(n)}$ آماره بسنده است اما کامل نیست.

۱۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی مستقل از توزیع نمایی به ترتیب با میانگین θ باشند. برآورد به روش گشتاوری (MME) پارامتر مجهول کدام است ؟

۱. $X_{(1)}$ ۲. $\frac{1}{\bar{X}}$ ۳. \bar{X} ۴. وجود ندارد.

۱۴- نمونه ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. آنگاه آماره بسنده توام برای (α, β) کدام است ؟

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1}, 0 < x < \beta, \alpha, \beta > 0$$

۱. $\left(\sum_{i=1}^n X_i, X_{(1)} \right)$ ۲. $\left(\prod_{i=1}^n X_i, X_{(n)} \right)$ ۳. $\left(\sum_{i=1}^n X_i, X_{(n)} \right)$ ۴. $\left(\prod_{i=1}^n X_i, X_{(1)} \right)$

۱۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U\left(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}\right)$ باشد. برآوردگر θ به روش گشتاوری (MME) کدام است ؟

۱. \bar{X} ۲. $\frac{n+1}{n+2} \bar{X}$ ۳. $\frac{X_{(1)} + X_{(n)}}{2}$ ۴. $\frac{X_{(n)} + X_{(1)}}{2}$

۱۶- اگر U_1, \dots, U_K متغیرهای تصادفی مستقل از توزیع یکنواخت $U(0,1)$ باشند، توزیع متغیر تصادفی $-\sum_{i=1}^K \log U_i$ کدام است ؟

www.nashr-estekhdam.ir

۱. F ۲. نرمال ۳. نمایی ۴. کی دو

۱۷- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع نرمال $N(\theta, 1)$ باشد، کران پایین کرامر-رائو برای هر برآوردگر نااریب θ کدام است ؟

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. θ ۳. $\frac{4\theta^2}{n}$ ۴. $\frac{\theta^2}{n}$

۱۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع نرمال $N(\theta, 1)$ باشد، که در آن $\theta \in [10, \infty)$ برآوردگر ماکزیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است ؟

۱. \bar{X} ۲. $Min(10, \bar{X})$ ۳. $Max(10, \bar{X})$ ۴. $\bar{X} + \frac{10}{n}$

۱۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\theta}$ باشد. برآوردگر ماکزیمم درستنمایی (MLE)

پارامتر $E(X)$ کدام است ؟

۱. \bar{X}
۲. $\frac{1}{\bar{X}}$
۳. $\sqrt{\frac{1}{\bar{X}}}$
۴. $\sqrt{\bar{X}}$

۲۰- فرض کنید X_3, X_2, X_1 متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع نرمال استاندارد هستند و $Y = \frac{X_1 + X_3}{2}$ ، توزیع Y

برابر است با :

۱. $N(0, 1)$
۲. $N(0, \frac{1}{2})$
۳. $N(0, \frac{1}{3})$
۴. $N(0, \frac{1}{4})$

۲۱- اگر X دارای تابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ باشد، توزیع \bar{X} کدام است ؟

۱. کوشی
۲. نرمال
۳. نمایی
۴. کی دو

۲۲- توزیع توام دو متغیر Y, X به صورت $f(x, y) = \begin{cases} a^2 e^{-a(x+y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{است} \end{cases}$ میانگین $X+Y$ برابر است با :

www.nashr-estekhdam.ir

۱. $\frac{1}{a}$
۲. $\frac{1}{a^2}$
۳. $\frac{2}{a}$
۴. $\frac{1}{2a}$

۲۳- تابع مولد گشتاورهای (X, Y) برابر $\exp[(t_1^2 + t_2^2)/2]$ است. اگر X, Y مستقل باشند، توزیع Y کدام است ؟

۱. $N(0, 1)$
۲. $N(1, 1)$
۳. کای دو
۴. تی استودنت

۲۴- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر λ_i باشند، تابع مولد گشتاور $\sum X_i$ کدام گزینه است؟

۱. $\exp \sum \lambda_i (e^t - 1)$
۲. $\exp \sum \lambda_i e^t$
۳. $\sum \exp \lambda_i (e^t - 1)$
۴. $\sum \lambda_i \exp(1 - e^t)$

۲۵- کدام یک از خواص برآوردگرهای ماکسیمم درستنمایی نیست؟

۱. همواره ناریب است.
۲. به طور مجانبی سازگار است.
۳. یکتا نیستند.
۴. به طور مجانبی کارا هستند.

۲۶- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی با اندازه n از چگالی زیر باشد :

$$f(x) = \frac{\log(p)p^x}{p-1}, 0 < x < 1, p > 1$$

آماره بسنده برای p کدام است :

۱. \bar{X} ۲. $\prod X_i$ ۳. $\text{Log} \prod X_i$ ۴. $\text{LOG}(X)$

۲۷- اگر X و Y دو متغیر تصادفی باشند که $\text{var}(X.Y)$ وجود داشته باشند در آن صورت امیدریاضی XY برابر است با :

۱. $\mu_X \mu_Y + \text{var}(XY)$ ۲. $\mu_X \mu_Y + \text{var}(X) \text{var}(Y)$

۳. $\mu_X \mu_Y + \frac{\text{var}(X)}{\text{var}(Y)}$ ۴. $\mu_X \mu_Y + \text{cov}(X, Y)$

۲۸- برای آماره بسنده مینیمال کدام گزینه صحیح است ؟

۱. آماره بسنده شامل بیش ترین نمونه است که خلاصه سازی را ایجاد می کند .

۲. آماره ای که شامل تمام اطلاعات نمونه است که کمترین خلاصه سازی را ایجاد می کند .

۳. آماره ای شامل کمترین اطلاعات نمونه است که خلاصه سازی را ایجاد می کند.

۴. آماره ای شامل تمام اطلاعات نمونه است که بیش ترین خلاصه سازی را ایجاد می کند

www.nashr-estekhdam.ir

۲۹- چگالی توزیع مربع کای با n درجه آزادی کدام است؟

۱. $\frac{(\frac{1}{2})^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, X > 0$ ۲. $\frac{2^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, X > 0$

۳. $\frac{1}{2^n \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, X > 0$ ۴. $\frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{2^n} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, X > 0$

پاسخ صحیح	شماره سوال
ب	1
ب	2
ب	3
ج	4
ب	5
ج	6
د	7
الف	8
ب	9
ج	10
د	11
الف	12
ج	13
ب	14
الف	15
د	16
الف	17
ج	18
ب	19
ب	20
الف	21
ج	22
الف	23
الف	24
الف	25
الف	26
د	27
د	28
الف	29

۱- اگر X و Y دومتغیر تصادفی با امید ریاضی یکسان ۱ و واریانس یکسان ۲ باشند آنگاه $E(\frac{X}{Y})$ کدام است؟

۱. نامشخص ۲. ۱ ۳. ۲ ۴. ۳

۲- تابع مولد گشتاورهای (X, Y) برابر $\exp[(t_1^2 + t_2^2)/2]$ است. توزیع Y کدام است؟

۱. $N(1, 1)$ ۲. مربع کای ۳. $N(0, 1)$ ۴. تی استودنت

۳- اگر X_1, \dots, X_{10} یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین ۱۰۰ باشد. امید ریاضی توزیع می نیم آنها کدام است؟

۱. ۱ ۲. ۱۰ ۳. ۱۰۰ ۴. ۲

۴- اگر X و Y دومتغیر تصادفی مستقل و دارای توزیع یکنواخت روی بازه $(0, 1)$ باشند توزیع $U = \frac{X}{Y}$ بازای $U \geq 1$ چیست؟

۱. $\frac{1}{2u}$ ۲. $\frac{1}{2u^3}$ ۳. $\frac{1}{2u^2}$ ۴. نامشخص

۵- فرض کنید X_3, X_2, X_1 متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع نرمال استاندارد هستند و $Y = \frac{X_1 + X_3}{2}$ باشد

حال توزیع Y برابر است با :

۱. $N(0, 1)$ ۲. $N(0, \frac{1}{2})$ ۳. $N(0, \frac{1}{3})$ ۴. $N(0, \frac{1}{4})$

۶- اگر X_1, X_2, \dots یک دنباله از متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با میانگین ۲ و واریانس ۳ و N نیز متغیری با مقادیر صحیح

و مستقل از X_i ها با توزیع پواسن با پارامتر ۵ باشند. آنگاه $Var(\sum_{i=1}^N X_i)$ کدام است؟

۱. ۱۱ ۲. ۴۵ ۳. ۵۵ ۴. ۳۵

۷- اگر X_1, X_2, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل و دارای توزیع پواسن باشند، آنگاه توزیع شرطی X_1 به شرط معلوم

بودن $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ کدام توزیع می باشد؟

www.nashr-estekhdam.ir

۱. نمایی ۲. دو جمله ای ۳. پواسن ۴. یکنواخت

۸- اگر X دارای توزیع بتا $(Beta(a, 1))$ باشد. توزیع $Y = -\log_e X$ کدام است؟

۱. پواسن ۲. هندسی ۳. نرمال ۴. نمایی

۹- اگر X دارای توزیع تی استودنت با ۵ درجه آزادی باشد آنگاه میانگین آن برابر است با:

۲ .۴

۴ .۳

۵ .۲
3

۱. صفر

۱۰- اگر X دارای توزیع فیشر $F_{5,7}$ باشد امید ریاضی آن چیست؟

۷ .۴
۵

۳. نامشخص

۷ .۲

۵ .۱
۷

۱۱- توزیع توام دو متغیر Y, X به صورت $f(x, y) = \begin{cases} a^2 e^{-a(x+y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ است. میانگین $X+Y$ برابر است با:

۱ .۴
 $\frac{1}{2a}$

۲ .۳
 $\frac{2}{a}$

۱ .۲
 $\frac{1}{a^2}$

۱ .۱
 $\frac{1}{a}$

۱۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$ باشد. برآوردگر θ به روش گشتاوری (MME) کدام است؟

۴ . $\frac{n+1}{n+2} \bar{X}$

۳ . \bar{X}

۲ . $\frac{X_1 + X_n}{2}$

۱ . $\frac{X_{(n)} + X_{(1)}}{2}$

۱۳- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $f(x, \theta) = \frac{2x}{\theta^2}, 0 < x < \theta$ باشد برآورد UMVUE برای θ کدام است؟

www.nashr-estekhdam.ir

۴ . وجود ندارد.

۳ . $\frac{1}{2n} Y_n$

۲ . $\frac{2n-1}{2n} Y_n$

۱ . $\frac{2n+1}{2n} Y_n$

۱۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n دارای توزیع بتا $Beta(a, 1)$ باشد. آماره بسنده برای پارامتر a کدام است؟

۴ . $\sum_{i=1}^n \ln(X_i)$

۳ . $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

۲ . $\sum_{i=1}^n X_i^2$

۱ . $\sum_{i=1}^n X_i$

۱۵- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}, x=1, 2, \dots, \theta$ باشد برآورد UMVUE برای θ با فرض

$$T = Y_n = \max(X_1, \dots, X_n) \text{ چیست؟}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{T^{n+1} - (T-1)^{n+1}}{T^n - (T-1)^n} & \cdot ۲ \end{array} \quad \begin{array}{ll} \frac{T^{n+1} - (T-1)^{n+1}}{T^n + (T-1)^n} & \cdot ۱ \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{T^{n+1}}{T^n + (T-1)^n} & \cdot ۴ \end{array} \quad \begin{array}{ll} \frac{T^{n+1} + (T-1)^{n+1}}{T^n + (T-1)^n} & \cdot ۳ \end{array}$$

۱۶- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $f(x, \theta) = \frac{\log \theta}{\theta - 1} \theta^x, 0 < x < 1, \theta > 1$ باشد. آماره بسنده و کامل برای θ

کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \bar{X} & \cdot ۱ & \bar{X} - 1 & \cdot ۲ \\ \bar{X} + 1 & \cdot ۳ & \bar{X} + 2 & \cdot ۴ \end{array}$$

۱۷- براساس نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n از توزیع $N(\theta, 1)$ کران پایین کرامر-رائو برای واریانس برآوردگرهای نااریب θ^2 کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{4\theta}{n} & \cdot ۱ & \frac{\theta^2}{n} & \cdot ۲ \\ \frac{\theta}{n} & \cdot ۳ & \frac{4\theta^2}{n} & \cdot ۴ \end{array}$$

۱۸- براساس نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n از توزیع پواسن با پارامتر λ ، برآوردگر نااریب $\lambda e^{-\lambda}$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} T = \begin{cases} 1 & X_1 = 1 \\ 0 & o.w \end{cases} & \cdot ۲ \\ T = \begin{cases} 1 & X_1 = 0 \\ 0 & o.w \end{cases} & \cdot ۱ \end{array} \quad \begin{array}{ll} \bar{X} & \cdot ۳ \\ e^{-\bar{X}} & \cdot ۴ \end{array}$$

www.nashr-estekhdam.ir

۱۹- برای آماره بسنده مینیمال کدام گزینه صحیح است؟

۱. آماره بسنده شامل بیشترین نمونه است که خلاصه سازی را ایجاد می کند.

۲. آماره ای که شامل تمام اطلاعات نمونه است که کمترین خلاصه سازی را ایجاد می کند.

۳. آماره ای شامل کمترین اطلاعات نمونه است که خلاصه سازی را ایجاد می کند.

۴. آماره ای شامل تمام اطلاعات نمونه است که بیشترین خلاصه سازی را ایجاد می کند.

۲۰- براساس نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n از توزیع $U(0, \theta)$ ، کدام گزینه درباره $Y_n = \max(X_1, \dots, X_n)$ نادرست است؟

۱. Y_n آماره کامل برای θ است. www.nashr-estekhdam.ir ۲. Y_n برآورد MLE برای θ است.

۳. Y_n آماره بسنده مینیمال برای θ است. ۴. Y_n آماره بسنده مینیمال کامل برای θ نیست.

1	د
2	ج
3	ب
4	ج
5	ب
6	د
7	ب
8	د
9	الف
10	د
11	ج
12	ج
13	الف
14	د
15	ب
16	الف
17	د
18	ب
19	د
20	ب