

۱- فرض کنید $x_1, \dots, x_n \propto f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x} I_{(0, \infty)}(x)$ در این صورت واریانس برآوردگر مجانبی θ کدام است؟

۱. $\frac{n}{\theta^2}$
۲. $\frac{1}{\theta^2}$
۳. $\frac{\theta^2}{n}$
۴. θ^2

۲- اگر X یک تک مشاهده از چگالی $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} I_{(0, \infty)}(x)$ با $X_1, \dots, X_n \sim f(x; \theta)$ و نیز $(X, 2X)$ فاصله اطمینان

برای θ باشد آنگاه ضریب اطمینان کدام است؟

۱. $e^2 - e^{-1}$
۲. $e^{-1} - e^{-2}$
۳. $e^{-1} + e^{-2}$
۴. $e + e^{-2}$

۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n دارای توزیع یکنواخت بر بازه $(0, \theta)$ که در آن $\theta > 0$ باشد کمیت محوری کدام است؟

۱. $\frac{\sum X_i}{\theta}$
۲. $\frac{\min X_i}{\theta}$
۳. $\theta \sum X_i$
۴. $\frac{\max X_i}{\theta}$

۴- ادعا یا حدس درباره توزیع جامعه یا متغیر تصادفی چه نام دارد؟

۱. خطای نوع اول
۲. فرض آماری
۳. تابع توان
۴. توان

۵- اگر β احتمال خطای نوع دوم باشد آنگاه $1 - \beta$ عبارتست از :

www.nashr-estekhdam.ir

۱. رد H_1 وقتی که نادرست است.

۲. قبول H_1 وقتی که درست است.

۳. قبول H_0 وقتی که درست است.

۴. رد H_0 وقتی که درست است.

۶- فرض کنید در آزمون $H_0: \theta = \theta_0$ در برابر $H_1: \theta = \theta_1$ ، α, β, τ به ترتیب احتمال خطای نوع اول و خطای نوع دوم و توان باشند. کدام گزاره درست است؟

۱. $\alpha + \beta = 1$
۲. $\tau + \beta = 1$
۳. $\alpha < \beta$
۴. $\alpha > \beta$

۷- فرض کنید $x_1, \dots, x_n \propto N(\mu, 4)$ پیشامد $\bar{X} > 0.4$ را بعنوان ناحیه بحرانی آزمون $\begin{cases} H_0: \mu = 0.4 \\ H_1: \mu = 0.5 \end{cases}$ اختیار می کنیم

مقدار خطای نوع اول کدام است؟

۱. ۰/۱
۲. ۱
۳. ۰/۵
۴. صفر

۸- اگر X دارای توزیع $bin(3, p)$ و ناحیه رد یا بحرانی برای آزمون فرض $H_0: p = \frac{1}{4}$ را در مقابل $H_1: p = \frac{3}{4}$ به صورت

$X > 1$ باشد احتمال خطای نوع دوم کدام است؟

۱. $\frac{1}{64}$
۲. $\frac{1}{46}$
۳. $\frac{10}{46}$
۴. $\frac{10}{64}$

۹- اگر ناحیه بحرانی آزمونی را به صورت تابعی مانند φ (تابع آزمون) بدهند آن گاه α برابر است با...

$$E_{H_0}(\varphi(X)) \quad .1 \quad E_{H_0}(1 - \varphi(X)) \quad .2$$

$$E_{H_1}(1 - \varphi(X)) \quad .3 \quad E_{H_1}(\varphi(X)) \quad .4$$

۱۰- شانس پیروزی ورزشکاری در یک مسابقه P است اگر در ۴ تا از این گونه مسابقه ها مستقل، تعداد پیروزیها کمتر از ۲ باشد،

فرض $H_0: p = \frac{1}{2}$ را در مقابل $H_1: p = \frac{1}{4}$ رد می کنیم احتمال خطای نوع اول کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad .1 \quad \frac{5}{16} \quad .2 \quad \frac{7}{12} \quad .3 \quad \frac{1}{10} \quad .4$$

۱۱- در آزمون نسبت درستنمایی ساده اگر $\lambda = k$ آن گاه :

۱. HO پذیرفته می شود. ۲. HO رد می شود.
۳. نمی توان استدلال کرد. ۴. HO رد یا پذیرفته یا تصادفی می شود.

۱۲- برای آزمون $x > 0$; $H_0: f(x) = e^{-x}$ در مقابل $x > 0$; $H_1: f(x) = e^{-2x}$ تواناترین آزمون به اندازه α کدام است؟

$$X < \ln(1 - \alpha) \quad .1 \quad X > \ln \frac{1}{1 - \alpha} \quad .2 \quad X < -\ln(1 - \alpha) \quad .3 \quad X > \ln \alpha \quad .4$$

۱۳- فرض کنید $x_1, \dots, x_n \sim N(0, \theta)$ باشد در این صورت خانواده توزیعهای $N(0, \theta)$ نسبت به کدام آماره دارای خاصیت نسبت

www.nashr-estekhdam.ir

درستنمایی یکنواست؟

$$(\sum X_i)^2 \quad .1 \quad \sum \ln X_i \quad .2 \quad \sum X_i \quad .3 \quad \sum X_i^2 \quad .4$$

۱۴- کدام یک از خانواده های زیر بر حسب آماره $T = \sum_{i=1}^n X_i$ دارای خاصیت نسبت درستنمایی یکنوا نیست؟

۱. هندسی ۲. پواسن ۳. نمایی ۴. یکنواخت

۱۵- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از چگالی $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} x^{\frac{1}{\theta}-1} I_{(0,1)}(x)$ باشد، آنگاه این خانواده از توابع چگالی احتمال

نسبت به کدام آماره دارای خاصیت نسبت درستنمایی یکنواست؟

$$\bar{X} \quad .1 \quad -\bar{X} \quad .2 \quad -\sum_{i=1}^n \ln X_i \quad .3 \quad \ln \sum_{i=1}^n X_i \quad .4$$

۱۶- خانواده توزیع های $\{U(-\theta, \theta), \theta \in (0, \infty)\}$ را در نظر بگیرید. بر پایه یک نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n این خانواده دارای خاصیت MLR بر حسب کدام آماره است؟

۱. $\min X_i$ ۲. $\max X_i$ ۳. $\max |X_i|$ ۴. $\min(X_{(1)}, X_{(n)})$

۱۷- توزیع مجانبی نسبت درستنمایی تعمیم یافته کدام است؟

۱. نرمال ۲. تی ۳. نمایی ۴. کی دو

۱۸- در آزمون احتمال دنباله ای، عمل نمونه گیری تحت چه شرایطی متوقف می شود؟

۱. $\lambda(x) \leq k_0$ ۲. $\lambda(x) \geq k_1$ ۳. $k_0 < \lambda(x) < k_1$ ۴. گزینه ۱ و ۲

۱۹- به کمک قضیه والد در آزمون نسبت احتمال دنباله ای می توان را بدست آورد.

۱. حجم نمونه ۲. ناحیه رد فرض صفر ۳. توان آزمون ۴. تابع توان

۲۰- در مدل خطی $Y = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ توزیع Y در حالت A ، کدام است؟

۱. $N(\beta_1 x_i, \sigma^2)$ ۲. نامشخص ۳. $N(\beta_1, \sigma^2)$ ۴. $N(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2)$

۲۱- در مدل خطی در حالت A ، $\frac{\hat{\sigma}^2}{(n-2)}$ دارای کدام توزیع است؟

۱. نرمال ۲. کی دو ۳. تی استیودنت ۴. F فیشر

۲۲- در مدل خطی $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ ، حالت B را در نظر بگیرید. برآورد σ^2 کدام است؟

۱. $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i$ ۲. $\bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$ ۳. $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_1 x_i)^2$ ۴. $\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2}{n-2}$

www.nashr-estekhdam.ir

۲۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی زیر باشد $f(x, \theta) = e^{-(x-\theta)}, x \geq \theta$ در برآورد فاصله ای θ کدام گزینه یک کمیت محوری است؟

۱. $\frac{\min X_i}{\theta}$ ۲. $\sum X_i - \theta$ ۳. $\max X_i - \theta$ ۴. $\min X_i - \theta$

۲۴- فاصله (۸ و ۳) یک فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای انحراف معیار مجهول یک جامعه نرمال است. در سطح معنی داری

بودن ۵ درصد، برای آزمون $H_0: \sigma^2 = 10$ در برابر $H_1: \sigma^2 \neq 10$ نتیجه می گیریم که :

۱. H_0 رد می شود. ۲. H_0 رد نمی شود. www.nashr-estekhdam.ir

۳. H_0 تقریباً رد می شود. ۴. به اطلاعات بیشتری نیاز است.

| | |
|----|-----|
| 1 | ج |
| 2 | ب |
| 3 | د |
| 4 | ب |
| 5 | ب |
| 6 | ب |
| 7 | ج |
| 8 | د |
| 9 | الف |
| 10 | ب |
| 11 | د |
| 12 | ج |
| 13 | د |
| 14 | د |
| 15 | ج |
| 16 | ج |
| 17 | د |
| 18 | د |
| 19 | الف |
| 20 | د |
| 21 | د |
| 22 | د |
| 23 | د |
| 24 | ب |

۱- اگر x یک تک مشاهده از چگالی $f(x|\theta) = \theta e^{-\theta x}$, $x > 0, \theta > 0$ و نیز یک بازه اطمینان θ

باشند، ضریب اطمینان کدامست؟

۱. $\frac{1}{e^2} - e^{-1}$
۲. $e^{-1} - e^{-\frac{1}{2}}$
۳. $e^{-1} + e^{-\frac{1}{2}}$
۴. $e^{-\frac{1}{2}} + e$

۲- در بین فواصل اطمینان بزرگ نمونه ای، آن فاصله اطمینانی که بر اساس ساخته می شود، دارای کوتاهترین طول است؟

۱. آماره کافی
۲. آماره کامل
۳. آماره MLE
۴. آماره $M.M.E$

۳- بدست آوردن کوتاهترین فاصله اطمینان، از مینیم کردن در صورتی که L (طول فاصله اطمینان) تصادفی باشد، حاصل می شود.

۱. L
۲. $E(L)$
۳. $Var(L)$
۴. $E(L^2)$

۴- در سؤال قبل اگر L ثابت باشد، کدام مورد درست است؟

۱. L
۲. $E(L^2)$
۳. $Var(L)$
۴. $E(L)$

۵- ادعا یا حدس درباره توزیع جامعه یا متغیر تصادفی را چه می نامند؟

۱. احتمال خطای نوع اول
۲. توان
۳. فرض آماری
۴. تابع توان

www.nashr-estekhdam.ir

۶- اگر $x \sim B(3, p)$ و ناحیه بحرانی آزمون فرض $H_0: P = \frac{1}{2}$ در مقابل $H_1: P = \frac{3}{4}$ به صورت $x > 1$ باشد،

احتمال خطای نوع دوم کدام است؟

۱. $\frac{1}{64}$
۲. $\frac{1}{46}$
۳. $\frac{10}{46}$
۴. $\frac{10}{64}$

۷- اگر x دارای تابع احتمال زیر و ناحیه رد فرض $H_0: \theta = \frac{1}{2}$ در مقابل $H_1: \theta = \frac{3}{4}$ مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ باشد، آنگاه

مقادیر احتمال خطای نوع اول (α) و توان (π) کدامند؟

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & x = 1, 2 \\ \frac{1+\theta}{4}, & x = 3, -1 < \theta < 1 \\ \frac{1-\theta}{4}, & x = 4 \end{cases}$$

www.nashr-estekhdam.ir

۲. $\pi = \frac{5}{16}, \alpha = 0.375$

۱. $\pi = 0.375, \alpha = \frac{5}{16}$

۴. $\pi = 0.375, \alpha = \frac{7}{16}$

۳. $\pi = \frac{7}{16}, \alpha = 0.375$

۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از جامعه ای با تابع احتمال زیر است :

$$f_{\theta}(x) = \frac{2}{\theta^2}(\theta - x), \quad 0 < x < \theta$$

فاصله اطمینان $100(1-\alpha)$ درصدی برای θ برحسب کدام آماره است ؟

۴. $(\sum_{i=1}^n X_i, y_n)$

۳. $\sum_{i=1}^n X_i$

۲. y_n

۱. y_1

۹- برای آزمون $H_0: f(x) = e^{-x}, x > 0$ در مقابل $H_1: f(x) = 2e^{-2x}, x > 0$ توانا ترین آزمون به اندازه α کدام است؟

۴. $x > \ln \alpha$ ۳. $x < -\ln(1-\alpha)$

۲. $x > \ln \frac{1}{1-\alpha}$ ۱. $x < \ln(1-\alpha)$

۱۰- فرض کنید در آزمون $H_0: \theta = \theta_0$ در برابر $H_1: \theta = \theta_1$ ، α, β, τ به ترتیب احتمال خطای نوع اول و خطای نوع دوم و توان باشد. کدام گزاره درست است ؟

۴. $\alpha > \beta$

۳. $\alpha < \beta$

۲. $\tau + \beta = 1$

۱. $\alpha + \beta = 1$

۱۱- اگر x_1, \dots, x_n یک نمونه تصادفی از توزیع $f(x, \theta) = e^{-(x-\theta)}, x \geq \theta$ باشند، آنگاه ناحیه رد فرض صفر

$H_0: \theta \leq \theta_0$ در مقابل $H_1: \theta > \theta_0$ به روش (UMP) در سطح α چیست؟

$$y_1 > \sqrt{\theta_0 + \frac{1}{n} \ln \alpha} \quad .1$$

$$y_1 > \sqrt{\theta_0 - \frac{1}{n} \ln \alpha} \quad .2$$

$$y_1 > \theta_0 + \frac{1}{n} \ln \alpha \quad .3$$

$$y_1 > \theta_0 - \frac{1}{n} \ln \alpha \quad .4$$

۱۲- اگر x_1, \dots, x_n نمونه ای تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ باشند، آنگاه این خانواده از توابع چگالی نسبت به چه آماره ای،

خاصیت MLR دارد؟

$$y_1 \quad .1 \quad y_{(n)} \quad .2 \quad \bar{x} \quad .3 \quad \sum x_i^2 \quad .4$$

www.nashr-estekhdam.ir

۱۳- در آزمون نسبت درستنمایی ساده اگر $\lambda = k$ آن گاه :

$$H_0 \text{ رد می شود} \quad .1 \quad H_0 \text{ پذیرفته می شود} \quad .2$$

$$H_0 \text{ رد یا پذیرفته می شود} \quad .3 \quad H_0 \text{ رد یا پذیرفته می شود} \quad .4$$

۱۴- در آزمون $SPRT$ با احتمال خطاهای نوع اول α و نوع β ، مقدار k_0 برابر است با:

$$\frac{\alpha}{1-\beta} \quad .1 \quad \frac{1-\alpha}{\beta} \quad .2 \quad \frac{\beta}{1-\alpha} \quad .3 \quad \frac{1-\beta}{\alpha} \quad .4$$

۱۵- خانواده توزیع های $\{U(-\theta, \theta), \theta \in (0, \infty)\}$ را در نظر بگیرید. بر پایه یک نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n این خانواده دارای

خاصیت MLR برحسب کدام آماره است؟

$$\min X_i \quad .1 \quad \max X_i \quad .2 \quad \max |X_i| \quad .3 \quad \min(X_{(1)}, X_{(n)}) \quad .4$$

۱۶- به کمک قضیه والد در آزمون $SPRT$ می توان را بدست آورد .

$$.1 \quad \text{حجم نمونه لازم} \quad .2 \quad \text{ناحیه رد فرض صفر}$$

$$.3 \quad \text{توان آزمون} \quad .4 \quad \text{تابع توان}$$

۱۷- در مدل خطی ساده $y = \beta_0 + \beta_1 x + E$ توزیع y در حالت A چیست؟

$$N(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2) \quad .1$$

$$N(\beta_0, \sigma^2) \quad .2$$

.۴ نامشخص

$$N(\beta_1 x_i, \sigma^2) \quad .3$$

www.nashr-estekhdam.ir

۱۸- در سوال قبل برآورد β_0 کدامست؟

$$\bar{y} \quad .1$$

$$\hat{\beta}_1 \bar{x} \quad .2$$

$$\bar{y} + \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad .3$$

$$\bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad .4$$

۱۹- در مدل خطی ساده $y = \beta_0 + \beta_1 x + E$ توزیع y در حالت B چیست؟

$$N(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2) \quad .1$$

$$N(\beta_0, \sigma^2) \quad .2$$

.۴ نامشخص

$$N(\beta_1 x_i, \sigma^2) \quad .3$$

۲۰- در مدل خطی ساده $y = \beta_0 + \beta_1 x_i + E$ بر اساس یک نمونه n تایی $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ بهترین

برآورد نااریب خطی با کمترین واریانس $2\beta_0 + 3\beta_1$ کدامست؟

$$2\hat{\beta}_0 + 3\hat{\beta}_1 \quad .1$$

$$\frac{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1}{2} \quad .2$$

$$3\hat{\beta}_0 - 2\hat{\beta}_1 \quad .3$$

.۴ وجود ندارد

| | |
|----|-----|
| 1 | الف |
| 2 | ج |
| 3 | ب |
| 4 | الف |
| 5 | ج |
| 6 | د |
| 7 | ب |
| 8 | ب |
| 9 | ج |
| 10 | الف |
| 11 | د |
| 12 | ب |
| 13 | د |
| 14 | الف |
| 15 | ج |
| 16 | الف |
| 17 | الف |
| 18 | د |
| 19 | د |
| 20 | الف |

۱- فرض کنید X یک تک مشاهده از $x > 0$, $f(x) = \theta e^{-\theta x}$ باشد. مقدار $P\left(X < \frac{1}{\theta} < 2X\right)$ برابر با:

۲e .۴

$2e^{-1}$.۳

$2e^{\frac{1}{2}}$.۲

$e^{\frac{1}{2}} - e^{-1}$.۱

۲- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از $0 < x < \theta$, $f(x) = \frac{1}{\theta}$ باشد. اگر $Y_n = \max(X_i)$

باشد مقدار $P\left(\frac{Y_{(n)}}{\theta} < b\right)$ برابر با

$\left(\frac{\theta}{b}\right)^n$.۴

$b^n \theta^n$.۳

b^n .۲

$\frac{b}{n}$.۱

۳- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از $0 < x < \theta$, $f(x) = \frac{1}{\theta}$ باشد. برای $Y_n = \max(X_i)$ بازه تصادفی

$(Y_{(n)}, cY_{(n)})$ یک فاصله اطمینان $100(1-\alpha)\%$ باشد. مقدار c برابر با:

$n^{\frac{1}{\alpha}} \sqrt{1+\alpha}$.۴

$\sqrt[n]{\frac{1}{1-\alpha}}$.۳

$\sqrt[n]{\alpha}$.۲

$\sqrt[n]{\frac{1}{\alpha}}$.۱

۴- فرض کنید \bar{X} میانگین یک نمونه تصادفی به حجم n از جامعه ای نرمال با میانگین θ و واریانس معلوم σ^2 باشد، کدام یک از موارد زیر کمیت محوری نیست؟

هر سه .۴

$\frac{\bar{X}}{\theta}$.۳

$\frac{\bar{X} - \theta}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$.۲

$\bar{X} - \theta$.۱

www.nashr-estekhdam.ir

$$\frac{(\bar{X} - \mu)(\sigma/\sqrt{n})}{\sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)\sigma^2}}}$$

اگر \bar{X} میانگین یک نمونه تصادفی به حجم n از جامعه نرمال با واریانس σ^2 باشد. کمیت محوری

دارای چه توزیعی است؟

۲. استودنت با $n-1$ درجه آزادی

۱. استودنت با n درجه آزادی

۴. نرمال استاندارد

۳. نرمال

۶- فرض کنید $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ واریانس یک نمونه به حجم n از جامعه ای نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2

باشد. واریانس S^2 برابر با:

$$\begin{array}{llll} ۱. \frac{2\sigma^4}{n-1} & ۲. \frac{\sigma^2}{n} & ۳. (n-1)\sigma^4 & ۴. \frac{\sigma^2}{n-1} \end{array}$$

۷- اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از تابع چگالی زیر است.

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-(x-\mu)/\theta}, \quad x \geq \mu$$

$$\begin{array}{llll} ۱. \sum X_i + \theta & ۲. \min(X_i) - \mu & ۳. \frac{\min(X_i)}{\theta} & ۴. \frac{\bar{X}}{\theta} \end{array}$$

۸- فرض کنید \bar{X} میانگین یک نمونه به حجم n از جامعه نرمال (μ_1, σ^2) و \bar{Y} میانگین یک نمونه به حجم m از جامعه نرمال (μ_2, σ^2) باشد.

$$S_p^2 = \frac{(m-1)S_1^2 + (n-1)S_2^2}{m+n-2}$$

اگر S_p^2 واریانس آمیخته باشد. مقدار واریانس S_p^2 برابر با:

$$\begin{array}{llll} ۱. \frac{2\sigma^4}{m+n-2} & ۲. \frac{\sigma^4}{m-1} & ۳. \frac{\sigma^4}{n-1} & ۴. \text{هیچکدام} \end{array}$$

۹- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه تصادفی از $f(x, \theta)$ باشد $0 < x < \theta$ ، $f(x, \theta) = \frac{2x}{\theta^2}$ کدام یک از موارد زیر

یک کمیت محوری است؟

www.nashr-estekhdam.ir

$$\begin{array}{llll} ۱. \frac{1}{\bar{X}} & ۲. \bar{X} & ۳. -2 \sum_{i=1}^n \log\left(\frac{X_i}{\theta}\right) & ۴. -2\theta \sum_{i=1}^n \log(X_i) \end{array}$$

۱۰- فرض کنید \bar{X} میانگین یک نمونه به حجم n از جامعه نرمال $(\mu, 16)$ باشد. اگر یک فاصله اطمینان ۹۰٪ برای μ باشد. مقدار n برابر با $(Z_{\alpha/2} = 1/64)$

$$\begin{array}{llll} ۱. ۲۴ & ۲. ۳۴ & ۳. ۴۴ & ۴. ۵۴ \end{array}$$

۱۱- فرض کنید \bar{X} میانگین یک نمونه تصادفی به حجم n از $x > 0$, $f(x) = \theta e^{-\theta x}$ باشد. فاصله اطمینان $(1-\alpha)100\%$ بزرگ نمونه ای برای θ برابر با:

$$.۲ \left(\frac{-\sqrt{n}}{\bar{X}}, \frac{\sqrt{n}}{\bar{X}} \right)$$

$$.۱ \left(\frac{1}{\bar{X} \left(1 + \frac{Z}{\sqrt{n}} \right)}, \frac{1}{\bar{X} \left(1 - \frac{Z}{\sqrt{n}} \right)} \right)$$

www.nashr-estekhdam.ir

۴. هیچکدام

$$.۳ \frac{\bar{X} + \sqrt{n}}{Z}, \frac{2(\bar{X} + \sqrt{n})}{Z}$$

۱۲- فرض کنید \bar{X} میانگین یک نمونه تصادفی به حجم $n = 25$ از توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس ۴ باشد. برای آزمون فرض $\mu = 12$: H_0 ناحیه رد به صورت زیر باشد. $C = \{ \underline{X} | \sum X_i > 310 \}$ مقدار خطای نوع اول برابر با:

$$.۱ \alpha = P(Z > 1/16) \quad .۲ \alpha = P(Z > 2/5) \quad .۳ P(Z > 0) \quad .۴ P(Z > 1)$$

۱۳- آزمون $\varphi_r(\underline{X})$ را یک آزمون در سطح α گویند اگر:

$$.۱ E_{H_0}(\varphi_r(\underline{X})) \leq \alpha \quad .۲ E_{H_1}(\varphi_r(\underline{X})) \leq \alpha \quad .۳ E_{H_0}(\varphi_r(\underline{X})) > \alpha \quad .۴ E_{H_0}(\varphi_r(\underline{X})) = \frac{\alpha}{2}$$

۱۴- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر λ باشد. برای آزمون فرض $H_0: \lambda = \lambda_0$ در مقابل $H_1: \lambda = \lambda_1$ باشد. اگر ناحیه رد به صورت $C = \{ \underline{X} | \sum X_i \geq 1 \}$ باشد. مقدار β یا اندازه خطای دوم برابر با

$$.۱ 1 - e^{-n\lambda_1} \quad .۲ e^{-n\lambda_0} \quad .۳ 1 - e^{-n\lambda_1} \quad .۴ e^{-n\lambda_1}$$

۱۵- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر θ باشد. برای آزمون فرض $H_0: \theta = \theta_0$ تابع آزمون به صورت زیر باشد.

$$\varphi_r(\underline{X}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \sum X_i \geq 6 \\ 0.51 & \text{if } \sum X_i = 6 \\ 0 & \text{if } \sum X_i \leq 4 \end{cases}$$

اگر $P(\sum X_i \geq 6) = 0.02$ و $P(\sum X_i \geq 6) = 0.04$ باشد. مقدار α برابر با:

$$.۱ 0.0404 \quad .۲ 0.0303 \quad .۳ 0.0202 \quad .۴ 0.0101$$

۱۶- فرض کنید X یک نمونه تصادفی از توزیع $X \sim B(3, \theta)$ باشد. برای آزمون فرض $H_0: \theta = \frac{1}{4}$ در مقابل $H_1: \theta = \frac{3}{4}$

ناحیه رد به صورت $c = \{x | x \geq 1\}$ باشد. مقدار α و β به ترتیب برابر با:

۴. $\frac{5}{16}, \frac{7}{8}$

۳. $\frac{1}{64}, \frac{7}{8}$

۲. $\frac{15}{64}, \frac{7}{8}$

۱. $\frac{5}{8}, \frac{1}{8}$

۱۷- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از خانواده توزیع یکنواخت روی بازه $(0, \theta)$ باشد. این خانواده نسبت به کدام یک آماره های زیر دارای خاصیت MLR است.

۴. $Y_{(n)} = \max(X_i)$

۳. $Y_{(1)} = \min(X_i)$

۲. $\bar{X} + \theta$

۱. \bar{X}

۱۸- اگر $Y_{(n)}$ آماره مرتبه n - ام نمونه تصادفی X_1, X_2, \dots, X_n از $0 < x < \theta$ ، $f(x) = \frac{1}{\theta}$ باشد. ناحیه بحرانی توان ترین آزمون در سطح اطمینان $(1 - \alpha)$ برای فرض $H_0: \theta \leq \theta_0$ در مقابل $H_1: \theta > \theta_0$ برابر با:

۴. $Y_{(n)} < \theta_0^n \sqrt{\alpha}$

۳. $Y_{(n)} > \theta_0^n \sqrt{\alpha}$

۲. $Y_{(n)} < \theta_0^n \sqrt{1 - \alpha}$

۱. $Y_{(n)} > \theta_0^n \sqrt{1 - \alpha}$

۱۹- اگر $L(\underline{X})$ تابع درستنمایی نمونه تصادفی X_1, X_2, \dots, X_n باشد. برای آزمون فرض $H_0: \theta \in \Theta_0$ در مقابل $H_1: \theta \in \Theta_1$

برای $\lambda = \frac{L_{H_1}(\underline{\alpha})}{L_{H_0}(\underline{\alpha})}$ ، $2 \log(\lambda) - \gamma$ دارای چه توزیع تقریبی است.

www.nashr-estekhdam.ir

۲. نرمال استاندارد

۱. نرمال

۴. کی دو با یک درجه آزادی

۳. استودنت

۲۰- برای آزمون فرض $H_0: f(x) = e^{-x}$ ، $x > 0$ در مقابل $H_1: f(x) = 2e^{-2x}$ ، $x > 0$ توان ترین آزمون به اندازه α برابر با:

۴. هیچکدام

۳. $X < \log(1 - \alpha)$

۲. $X < -\log\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

۱. $X > \log(\alpha)$

۲۱- فرض کنید $X \sim b(1, \theta)$ برای آزمون فرض $H_0: \theta = \frac{1}{4}$ در مقابل $H_1: \theta = \frac{1}{4}$ ناحیه رد به صورت زیر باشد.

$C = \{(X_1, X_2) | \sum X_i \geq 1\}$ توان آزمون برابر با:

۴. $\frac{13}{16}$

۳. $\frac{11}{16}$

۲. $\frac{7}{16}$

۱. $\frac{5}{16}$

۲۲- در مدل خطی ساده حالت کدام یک از موارد زیر درست است؟

$$\text{var}(\hat{\beta}_0) = \frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad .1 \quad \text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad .2$$

$$\text{var}(\hat{\beta}_0) = \frac{\sigma^2 \sum X_i^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad .3 \quad \text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad .4$$

۲۳- اگر $\hat{\beta}_0$ و $\hat{\beta}_1$ به ترتیب برآوردگر پارامترهای مدل $Y = \beta_0 + \beta_1 X$ تحت مدل A باشند. $\text{cov}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ برابر با:

$$-\frac{\sigma^2 \bar{X}}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad .1 \quad -\frac{\bar{X}}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad .2 \quad -\frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad .3 \quad -\bar{X} \quad .4$$

www.nashr-estekhdam.ir

۲۴- در مدل خطی ساده حالت A، توزیع متغیر $\frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$ برابر با:

۱. نرمال استاندارد
۲. استودنت با n درجه آزادی
۳. کی دو
۴. فیشر

۲۵- در مدل خطی ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E$ توابع چگالی توام B دارای چه توزیعی است؟

$$N(\beta_0, \sigma^2) \quad .1 \quad N(\beta_0 + \beta_1 X_1, \sigma^2) \quad .2 \quad N(\beta_1 X_1, \sigma^2) \quad .3 \quad \text{مشخص نشده است} \quad .4$$

| | |
|----|-----|
| 1 | الف |
| 2 | ب |
| 3 | الف |
| 4 | ج |
| 5 | ب |
| 6 | الف |
| 7 | ب |
| 8 | الف |
| 9 | ج |
| 10 | ج |
| 11 | الف |
| 12 | د |
| 13 | الف |
| 14 | د |
| 15 | الف |
| 16 | ج |
| 17 | د |
| 18 | الف |
| 19 | د |
| 20 | الف |
| 21 | ب |
| 22 | ج |
| 23 | الف |
| 24 | ج |
| 25 | د |

۱- اگر Q تابعی از یک نمونه تصادفی و پارامتر مجهول θ بوده و توزیع آن نیز وابسته به θ نباشد، آنگاه Q را یک می نامند.

۱. آماره ۲. کمیت محوری ۳. احتمال خطای نوع اول ۴. P -مقدار

۲- اگر x_1, \dots, x_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ و $\left(\frac{Y_n}{n\sqrt{1-\alpha_p}}, \frac{Y_n}{n\sqrt{\alpha_1}} \right)$ یک فاصله اطمینان θ باشند، آنگاه

مقدار ضریب اطمینان چیست؟

$$(Y_n = \max(X_1, \dots, X_n), \alpha = \alpha_1 + \alpha_p)$$

۱. $1 - \alpha$ ۲. α ۳. $1 - \frac{\alpha}{2}$ ۴. $\frac{\alpha}{2}$

۳- اگر x_1, x_2, \dots, x_n یک دنباله از متغیرهای تصادفی مستقل و همتوزیع با توزیع $\theta e^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$ باشند، کران بالای فاصله اطمینان بزرگ نمونه ای برای θ ، در سطح α کدامست؟

۱. $\frac{\sqrt{n}}{\bar{x}z}$ ۲. $\frac{\bar{x}(\sqrt{n} - z)}{\sqrt{n}}$ ۳. $\frac{\sqrt{n}}{\bar{x}(\sqrt{n} - z)}$ ۴. $\frac{\sqrt{n}}{\bar{x}(z + \sqrt{n})}$

۴- اگر x_1, \dots, x_n نمونه ای از توزیع $N(\theta, 1)$ و ناحیه رد فرض $H_0: \theta \leq 1$ در مقابل $H_1: \theta > 1$ باشد، اندازه آزمون چیست؟ (Φ تابع توزیع نرمال استاندارد)

www.nashr-estekhdam.ir

۱. ۰ ۲. ۱ ۳. $\Phi(0/1)$ ۴. $1 - \Phi(0/1)$

۵- آزمون φ را برای فرض $H_0: \theta = \theta_0$ در مقابل $H_1: \theta = \theta_1$ یک آزمون ناریب گویند هرگاه:

۱. $\sup \pi(\theta) > \inf \pi(\theta)$ ۲. $\sup \pi(\theta) \leq \sup \pi(\theta)$ ۳. $\sup \pi(\theta) \leq \inf \pi(\theta)$ ۴. $\inf \pi(\theta) < \sup \pi(\theta)$

^{-۶} بر اساس یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $N(\mu)$ کوچکترین حجم نمونه لازم برای آنکه احتمالهای خطاهای نوع اول و دوم آزمون $H_0: \mu = \mu_0$ در مقابل $H_1: \mu > \mu_0$ به ترتیب باشند، کدامست؟ $(H_1: \mu = \mu_1 > \mu_0)$

$$\begin{array}{llll} ۱. \frac{z_{\beta}^2}{(\mu_0 - \mu_1)} & ۲. \frac{-z_{\beta}^2}{(\mu_1 - \mu_0)} & ۳. \frac{(z_{\beta} - z_{\alpha})^2}{(\mu_0 - \mu_1)} & ۴. \frac{(z_{\beta} - z_{1-\alpha})^2}{(\mu_1 - \mu_0)} \end{array}$$

^{-۷} آزمون φ یک آزمون در سطح α نامیده می شود، اگر:

$$\begin{array}{ll} ۱. E_{H_0}[\varphi(X)] \leq \alpha & ۲. E_{H_0}[\varphi(X)] = \alpha \\ ۳. E_{H_0}[\varphi(X)] > \alpha & ۴. E_{H_0}[\varphi(X)] = 1 \end{array}$$

^{-۸} در یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0, \sigma^2)$ این خانواده برای کدام آماره زیر دارای خاصیت MLR است؟

$$\begin{array}{llll} ۱. \sum_i X_i & ۲. \sum_i X_i^2 & ۳. \bar{X} & ۴. \ln \bar{X} \end{array}$$

^{-۹} در سوال قبل (سوال ۸) ناحیه بحرانی توانا ترین آزمون بطور یکنواخت برای $H_1: \sigma^2 > 0$, $H_0: \sigma^2 = 0$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} ۱. \sum X_i > k & ۲. \sum X_i < k & ۳. \sum X_i^2 < k & ۴. \sum X_i^2 > k \end{array}$$

^{-۱۰} در آزمون نسبت درستنمایی تعمیم یافته اگر $\alpha = p_{H_0}(\lambda(x) \leq k)$ باشد آنگاه کدام مورد درباره k درست است؟

www.nashr-estekhdam.ir

$$\begin{array}{llll} ۱. k \geq 0 & ۲. k > 0 & ۳. 0 < k < 1 & ۴. k < l \end{array}$$

^{-۱۱} اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد، این خانواده از توابع چگالی برای کدام آماره زیر دارای

خاصیت MLR کدام است؟

$$\begin{array}{llll} ۱. \sum_{i=1}^n X_i & ۲. -\sum_{i=1}^n X_i & ۳. \sum_{i=1}^n \ln x_i & ۴. -\sum_{i=1}^n \ln x_i \end{array}$$

^{-۱۲} بر اساس نمونه ای تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ توانا ترین ناحیه بحرانی آزمون فرض $H_0: \theta \leq \theta_0$ در مقابل

$H_1: \theta > \theta_0$ در سطح α چیست؟

$$\begin{array}{llll} ۱. y_n > \theta_0 \sqrt[n]{1-\alpha} & ۲. y_n < \theta_0 \sqrt[n]{1-\alpha} & ۳. y_n > \theta_0 \sqrt[n]{\alpha} & ۴. y_n < \theta_0 \sqrt[n]{\alpha} \end{array}$$

۱۳ - حجم نمونه در کدام آزمون زیر یک متغیر تصادفی است؟

۱. نسبت درستنمایی ساده
۲. نسبت درستیهای تعمیم یافته
۳. نسبت دنباله ای احتمال
۴. هر سه مورد

۱۴ - کدام مورد زیر درباره تعیین حجم نمونه در آزمون نسبت دنباله ای احتمال است؟

۱. قضیه لهن-شطفه
۲. قضیه رائو-بلاکول
۳. قضیه حد مرکزی
۴. قضیه والد

۱۵ - در آزمون SPRT تحت چه شرطی عمل نمونه گیری ادامه پیدا می کند؟

۱. $R_N \leq K_0$
۲. $R_N \leq K_1$
۳. $K_0 < R_N < K_1$
۴. الف و ب

۱۶ - پارامترهای مدل خطی در حالت اول ، به چه روشی برآورد می شوند؟

۱. روش درستنمایی ماکسیسم
۲. روش کمترین مربعات
۳. روش گشتاروها
۴. هر سه مورد

۱۷ - در سوال شماره (۱۶) اگر Λ آماره نسبت درستنمایی تعمیم یافته $H_0: B_1 = 0$ در مقابل $H_1: B_1 \neq 0$ باشد، توزیع

www.nashr-estekhdam.ir

$$\left(\Lambda^{\frac{p}{n}} - 1 \right) (n - p) \text{ چیست؟}$$

۱. $F_{1, n-p}$
۲. $F_{n-p, 1}$
۳. X_1^2
۴. X_{n-p}^2

۱۸ - در یک نمونه تصادفی از $N(\mu, 1)$ تواناترین آزمون بطور یکنواخت برای $H_0: \mu = \mu_0$ کدام است؟
 $H_1: \mu \neq \mu_0$

۱. $\sum X_i > k$
۲. $\sum X_i < k$
۳. $\sum X_i^2 < k$
۴. وجود ندارد.

۱۹ - در سوال (۱۸)، $\hat{\beta}_1$ چه نوع برآوردگری برای β_1 است؟

۱. بهترین برآوردگر ناریب با کمترین واریانس.
۲. بهترین برآوردگر ناریب خطی با کمترین واریانس.
۳. همواره یک برآوردگر اریب است.
۴. تحت شرطی برآوردگری ناریب خواهد بود.

۲۰ - در مدل خطی ساده حالت A برآوردگرهای عرض از مبدا و شیب خط مستقلند هرگاه

۱. میانگینها صفر باشد.
۲. هیچ گاه مستقل نیستند.
۳. همواره مستقلند.
۴. واریانسها متناهی باشد.

۲۱- آزمون Φ را برای فرض $H_0: \theta \in \Theta_0$ در قبال $H_1: \theta \in \Theta_1$ آزمون ناریب گویند هرگاه:

$$1. \sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) > \inf_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$$

$$\theta \in \Theta_0 \quad \theta \in \Theta_1$$

$$2. \inf_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) \leq \sup_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$$

$$\theta \in \Theta_0 \quad \theta \in \Theta_1$$

$$3. \sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) \leq \inf_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$$

$$\theta \in \Theta_0 \quad \theta \in \Theta_1$$

www.nashr-estekhdam.ir

$$4. \inf_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) < \sup_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$$

$$\theta \in \Theta_0 \quad \theta \in \Theta_1$$

۲۲- رد فرضیه صفر وقتی درست است نام دارد.

۴. تابع توان

۳. توان

۲. خطای نوع دوم

۱. خطای نوع اول

۲۳- اگر X یک تک مشاهده از چگالی $f_{\theta}(x) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ باشد، در میان تمام آزمونهای نسبت درستنمایی

$H_0: \theta = 2$ در مقابل $H_1: \theta = 1$ آزمون $\alpha + \beta$ را مینیمم کند چیست؟

$$4. x \geq \frac{1}{2}$$

$$3. x < \frac{1}{2}$$

$$2. x \geq \frac{1}{3}$$

$$1. x \leq \frac{1}{3}$$

۲۴- آزمون Φ یک آزمون در سطح α نامیده می شود، اگر:

$$2. E_{H_0} [\Phi(x)] = \alpha$$

$$1. E_{H_0} [\Phi(x)] \leq \alpha$$

$$4. E_{H_0} [\Phi(x)] = 1$$

$$3. E_{H_0} [\Phi(x)] > \alpha$$

^{۲۵-} اگر x_1, x_2, x_3 یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت در فاصله $(0, \theta)$ باشند، ناحیه بحرانی بطور یکنواخت فرض

www.nashr-estekhdam.ir $H_0 = \theta = 1$ در مقابل $H_1 = \theta < 1$ در سطح $\alpha = \frac{1}{8}$ کدامست؟

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{2} \quad .2$$

$$\frac{1}{3} = \max(x_1, x_2, x_3) < \frac{1}{2} \quad .1$$

$$\bar{x} < \frac{1}{2} \quad .4$$

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{4} \quad .3$$

| | |
|----|-----|
| 1 | ب |
| 2 | الف |
| 3 | ج |
| 4 | ب |
| 5 | ج |
| 6 | د |
| 7 | الف |
| 8 | ب |
| 9 | د |
| 10 | ج |
| 11 | الف |
| 12 | الف |
| 13 | ج |
| 14 | د |
| 15 | ج |
| 16 | الف |
| 17 | الف |
| 18 | د |
| 19 | ب |
| 20 | ج |
| 21 | ج |
| 22 | الف |
| 23 | د |
| 24 | الف |
| 25 | الف |