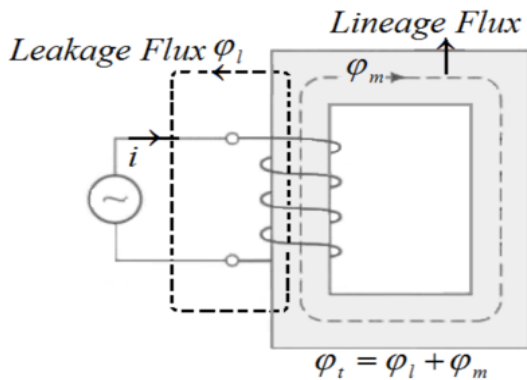


جزوه درس ماشین های الکتریکی ۲

فصل اول - ترانسفورماتور

مقدمه‌ای بر مدل سازی ترانسفورماتور

مدل سازی هسته و یک سیم پیچ

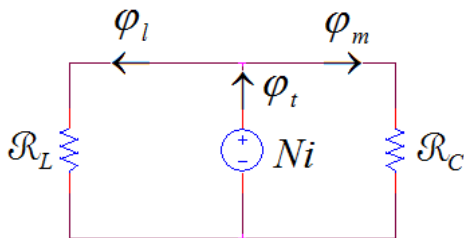


مدار مشابه

مداری است که با آن می‌توان کمیات مغناطیسی (شار، نیروی محرکه مغناطیسی) را محاسبه کرد.

جدول مشابهنه کمیات الکتریکی و مغناطیسی در زیر آمده است:

الکتریسته	مغناطیس
i	φ شار
v	mff magneto motive force
R رزیستانس	$R = \frac{l}{\mu A}$ رلوکتانس
g کندوکتانس	ρ پرمیتانس
$kcl: \sum i =$ قانون بقای بار	$kcl: \sum \varphi = 0$ قانون بقای شار
$kvl: \sum e = 0$	$kvl: \sum mmf = 0$



در محاسبه R_l ، محاسبه طول متوسط شار نشستی کار سختی است و از این

فرمول استفاده نمی‌شود و لذا از مدار مشابه هم استفاده نمی‌کنند برای همین از

مدار معادل استفاده می‌کنند.

مدار معادل

در مدار معادل عناصر به صورت الکتریکی ظاهر می‌شوند، به همین دلیل رلوکتانس در مدار معادل به صورت اندوکتانس

ظاهر می‌شود.

$$R \Rightarrow L = \frac{N^2}{R}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = N\varphi \\ Ni = F = R\varphi \end{array} \right\} \lambda = Li = N\varphi = N \frac{Ni}{R} = \frac{N^2}{R} i \Rightarrow L = \frac{N^2}{R}$$

در مدار مشابه وقتی رلوکتانس‌ها موازی‌اند در مدار معادل اندوکتانس‌ها به صورت سری ظاهر می‌شوند.

اثبات: روش اول)

$$\varphi_t = \varphi_l + \varphi_m \rightarrow N \frac{d\varphi_t}{dt}(v) = N \frac{d\varphi_l}{dt}(v) + N \frac{d\varphi_m}{dt}(v)$$

جمع شدن دو ولتاژ به معنای دو شاخه سری است.

روش دوم) استفاده از رابطه بین اندوکتانس و رلوکتانس

$$L = \frac{N^2}{R}$$

$$R_{eq} = \frac{R_l R_c}{R_l + R_c}$$

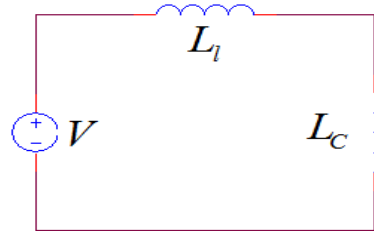
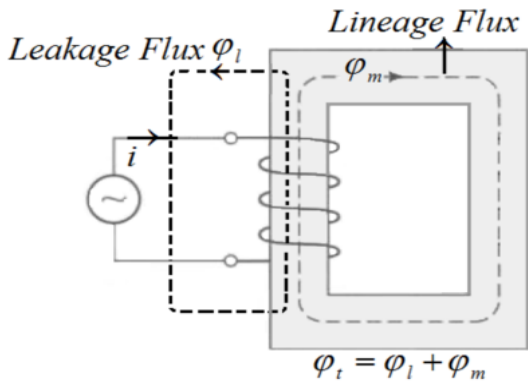
$$L_{eq} = \frac{N^2}{R_{eq}} = N^2 \frac{R_l R_c}{R_l + R_c}$$

$$\frac{N^2}{R_l} + \frac{N^2}{R_c} = L_l + L_c$$

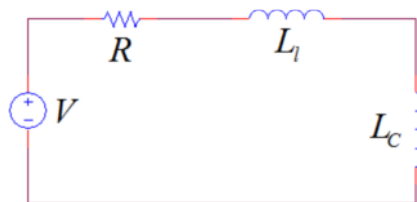
یعنی اندوکتانس‌ها باید به صورت سری قرار بگیرند.

نکته: در مدل سازی ترانس منظور مدار معادل است.

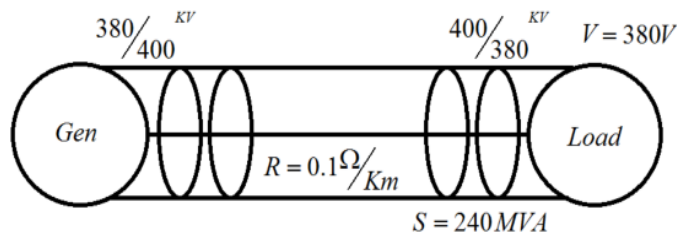
رسم مدار معادل:



رسم مدار معادل با در نظر گرفتن مقاومت اهمی سیم‌پیچ:



مثال: شکل زیر که یک خط تکفاز است را در نظر بگیرید تلفات خط را در حالتی که ترانس باشد و نباشد را بررسی کنید.



ترانس نباشد:

$$S = \sqrt{3} V_L I_L \Rightarrow I_L = \frac{240 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 380} = 364.642 \text{ KA} \Rightarrow P_{\text{loss}} = 3 R I_L^2 = 3(0.1 \times 100)(364.642 \times 10^3)^2 = 3.9 \times 10^{12}$$

ترانس باشد:

$$I_L = \frac{240 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 400 \times 10^3} = 346.410 \text{ A} \Rightarrow P_{\text{loss}} = 3 R I_L^2 = 3(0.01 \times 100)(346.410)^2 = 360 \times 10^3$$

نتیجه: هدف استفاده از ترانس به این دلیل است که ترانس باعث کاهش جریان خط و یعنی باعث کاهش تلفات خط می شود.

تلفات هسته

انواع مشخصه های $B-H$ که این مشخصه ها فقط به جنس هسته بستگی دارند و به ابعاد بستگی ندارند.

(۱) اگر مقاومت مغناطیسی وجود نداشته باشد. (حالت غیرواقعی)

$$H = 0$$

$$R \phi = N i \xrightarrow{i=0} H = 0$$

رلوکتانس هسته برابر صفر ($R_m = 0$) پس

$$L_m = \frac{N^2}{R_m} = 0 \Rightarrow \infty \Rightarrow X_m = \infty$$

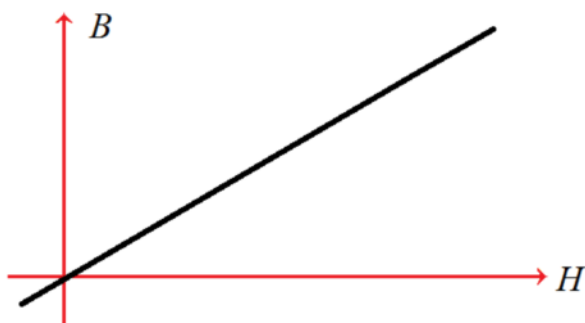
در این حالت به دلیل نبود مقاومت مغناطیسی، شار نشت وجود ندارد پس $L_l = \infty$ حذف می شود و توان اکتیو موجود و

اتلاف توان اکتیو و توان راکتیو تولیدی نداریم. $i = 0 \Rightarrow W_{\text{loss}} = 0 \Rightarrow P_{\text{Core}} = 0$.

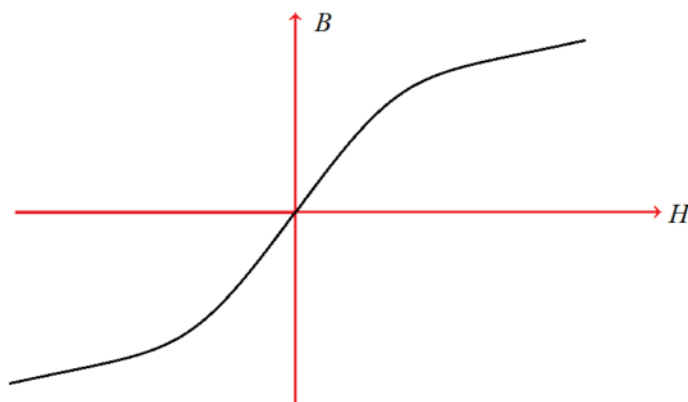
نکته: در حالت های بعدی L_l وجود دارد.

(۲) خطی و تک مقداره

چون لوپ وجود ندارد $R_c = \infty$ و شیب خط ثابت است μ مقدار ثابت دارد یعنی تابع نقطه کار نیست. پس:



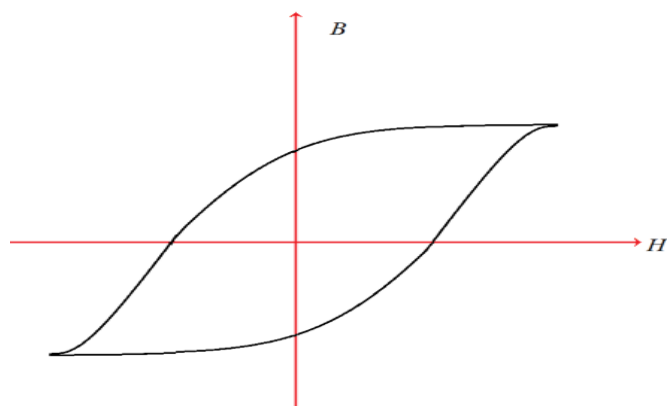
$$\left. \begin{aligned} R_m &= \frac{IN}{A} = cte \\ L_m &= \frac{N^2}{R_m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow L_m = cte \Rightarrow X_m = cte$$



۳) غیر خطی و تک مقداره

چون لوپ وجود ندارد $R_c = \infty$.

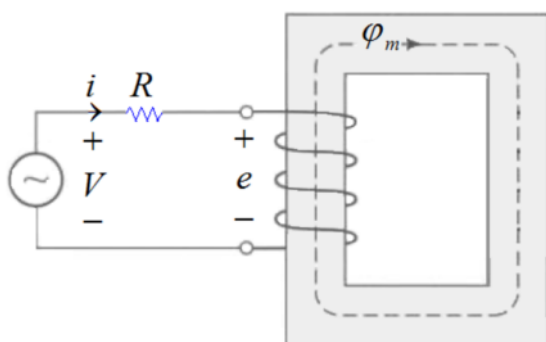
با توجه به روابط موجود در حالت (۲) برای X_m چون μ تابع نقطه کار است پس X_m هم تابع نقطه کار و مقدار ثابتی ندارد.



۴) غیر خطی و دارای لوپ هیستزیس (چند مقداره)

مساحت داخل منحنی $B-H$ با تلفات رابطه خطی دارد. (تلفات هسته موجود است) لذا R_c را به عنوان تلفات هسته مدل می کنیم. X_m مانند حالت قبل است.

رابطه‌ای برای تلفات هسته



$$V - Ri = e$$

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = N \frac{d\phi}{dt}$$

$$P = Vi = (e + Ri)i = ei + Ri^2, \quad ei = P_{Core}, \quad Ri^2 = P_{Cu}$$

$$P_{loss\ Core} = ei = \frac{d\lambda}{dt} i$$

$$W_{loss\ Core} = \int P_{loss\ Core}(t) dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda$$

که $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda$ شبه انرژی است.

نمود توان راکتیو نشان از این دارد که تلفی را در مدار نداریم.

در صورتی که مشخصه $B-H$ را به صورت $\lambda-i$ در نظر بگیریم فقط مقیاس عوض می شود.
در حالت دوم داریم

$$A \rightarrow 0 \quad \left. \begin{array}{l} i > 0 \\ d\lambda < 0 \end{array} \right\} W < 0$$

$$0 \rightarrow B \quad \left. \begin{array}{l} i < 0 \\ d\lambda < 0 \end{array} \right\} W > 0$$

$$B \rightarrow 0 \quad \left. \begin{array}{l} i < 0 \\ d\lambda > 0 \end{array} \right\} W < 0$$

$$0 \rightarrow A \quad \left. \begin{array}{l} i > 0 \\ d\lambda > 0 \end{array} \right\} W > 0$$

اگر مشخصه $\lambda-i$ خطی باشد (تک مقداره) به طور متوسط توان اکتیو مصرف نمی شود اما مصرف توان اکتیو داریم.

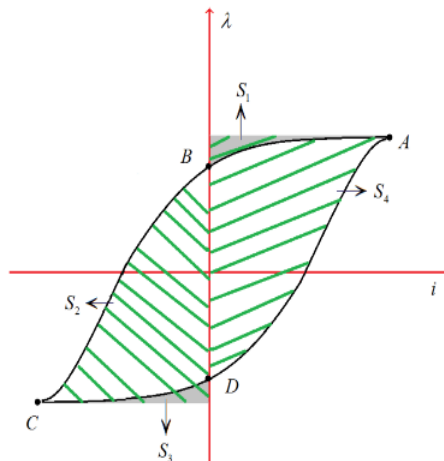
در حالت چهارم داریم:

$$A \rightarrow B \quad \left. \begin{array}{l} i > 0 \\ d\lambda < 0 \end{array} \right\} W < 0$$

$$B \rightarrow C \quad \left. \begin{array}{l} i < 0 \\ d\lambda < 0 \end{array} \right\} W > 0$$

$$C \rightarrow D \quad \left. \begin{array}{l} i < 0 \\ d\lambda > 0 \end{array} \right\} W < 0$$

$$D \rightarrow A \quad \left. \begin{array}{l} i > 0 \\ d\lambda > 0 \end{array} \right\} W > 0$$



ملاحظه می شود که مجموع انتگرال ها همان مساحت داخل لوپ هیستریزس است ولی توجه شود که این مقدار بر حسب ژول است.

$$S_{loop \lambda-i} = V_{Core} S_{loop B-H}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = N\phi = NBA \\ i = \frac{HI}{N} \end{array} \right\} \Rightarrow NA \cdot \frac{L}{N} = AL = V_{Core}$$

$$P_{Core} \propto V_{Core} S_{loop \lambda-i}$$

و هر یک ثانیه $f \equiv$ سیکل پس:

$$P_{loss Core} = f \times S_{loop \lambda-i} \left(\frac{j}{s} \right)$$

در مدل سازی کلیه ژنراتورها و موتورهای قدرت که با فرکانس های ۵۰ تا ۶۰ Hz کار می کنند خازن جایی ندارد (چون شنت است پس مدار باز است) مگر در فرکانس های بالا در حد KHz و بیشتر.

برای محاسبه راندمان باید تلفات هسته را به صورت یک مقاومت در مدار معادل قرار دهیم حال اینکه این مقاومت چگونه قرار بگیرد بحث می‌کنیم.

انتگرال $id\lambda$ اگر از نقطه A شروع کنیم و دوباره به نقطه A برسیم مقدار این انتگرال مساحت مسیر بسته را نشان می‌دهد که انرژی تلف شده در هسته نام دارد که در یک ثانیه f بار لوپ طی شده لذا با $f \times S_{loop \lambda-i}$ می‌توان تلفات را حساب کرد.

تلفات هسته با حجم هسته رابطه مستقیم دارد که طول در محور افقی و سطح مقطع در محور عمودی تأثیر دارد که می‌توان

$$\text{نوشت: } S_{loop \lambda-i} = V_{Core} S_{loop B-H}$$

برای اینکه محاسبه $S_{loop B-H}$ کار راحتی نیست لذا از رابطه اشتین‌متز (که رابطه‌ای است تجربی) که تقریبی از $S_{loop B-H}$ را به دست می‌دهد استفاده می‌کنیم. (n ثابت اشتین‌متز)

$$P_h = K_h f B_{max}^n$$

$$K_h \propto V_{Core} \text{ \& Core Material}$$

$$2.5 > n > 1.5$$

تلفات گردابی (فوکو)

$$\frac{d\lambda}{dt} \rightarrow e \rightarrow i \rightarrow e \text{ idt}$$

$$P_e = K_e f^2 B_{max}^2$$

$$\varphi = \varphi_m \sin \omega t \begin{cases} \lambda = N \varphi_m \sin \omega t \\ e = N \varphi_m \omega \cos \omega t \end{cases}$$

$$P_C = p_h + P_e = K_h f B_{max}^n + K_e f^2 B_{max}^2$$

$$E_{(rms)} = 4.44 f N A_C B_{max}$$

(اثبات)

$$\varphi = \varphi_m \sin \omega t$$

$$e(t) = \frac{Nd\varphi}{dt} = N \varphi_{max} \omega \cos \omega t$$

$$E = \frac{N \varphi_{max} \omega}{\sqrt{2}} = \frac{N \varphi_{max} 2\pi f}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \pi f N \varphi_{max} = 4.44 f N \varphi_{max} = 4.44 f N A_C B_{max}$$

چون B_{max} کمیتی مغناطیسی است لذا از رابطه‌ای که اثبات کردیم B_{max} را در رابطه P_C قرار می‌دهیم. به این دلیل که در مدار معادل می‌خواهیم تلفات را حساب کنیم و در مدار معادل کمیات الکتریکی است.

$$B_{max} = \frac{E}{4.44 f N A_C} = K \frac{E}{f} \Rightarrow P_C = K_h f \left(\frac{KE}{f}\right)^n + K_e f^2 \left(\frac{KE}{f}\right)^2$$

در عمل کاری می‌کنند که نسبت V به f ثابت باشد تا B_{max} تغییر نکند (نقطه بهینه یعنی زانویی را در نظر می‌گیرند).

برای اینکه بدانیم اگر فرکانس را تغییر دهیم چه اتفاقی می‌افتد باید از رابطه بالا استفاده کنیم.

فرض کنیم فرکانس زیاد شود چون $2.5 > n > 1.5$ است و عدد $1 - n$ عددی منفی است لذا P_C کم می‌شود.

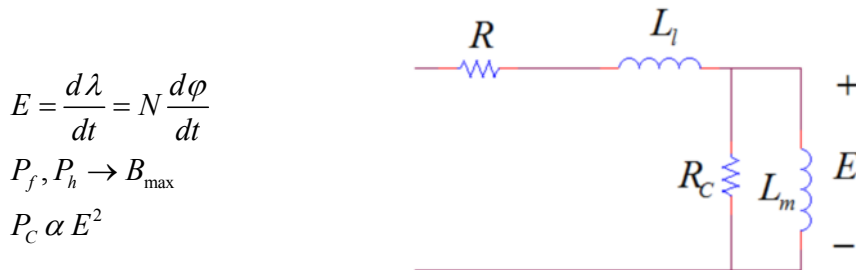
$P_C \propto E^2$ که می‌توان دریافت عنصر معرف هسته (R_C) به صورت موازی طوری قرار بگیرد که ولتاژ E را ببیند.
 رابطه R_C با تلفات هسته:

$$P_C = \frac{E^2}{R_C} \Rightarrow R_C = \frac{1}{K_1 f^{1-n} + K_2}$$

هر مقاومت معرف تلفات هسته چون به صورت شنت است بزرگتر باشد، تلفات هسته کمتر می‌شود و اگر مقاومت به سمت ∞ برود ایده‌آل‌ترین حالت رخ می‌دهد.

حال باید جای قرار گرفتن E را پیدا کنیم

چون E معادل B_{\max} است و B_{\max} چگالی شار هسته پس E دو سر راکتانس هسته است و چون R_C باید طوری قرار بگیرد که ولتاژ E را ببیند پس در فرکانس ثابت داریم:



۹۰/۷/۲۱ جلسه چهارم

مدار معادل هسته و دو سیم پیچ (مدل سازی ترانس)

فقط شار پیوندی بین دو سیم پیچ یکسان است. شار پیوندی هسته در اولیه ولتاژ E_1 و در ثانویه ولتاژ E_2 را ایجاد می‌کند و طبق القای فارادی در حالت بی‌باری ترانس داریم (این روابط در ترانس ایده‌آل است ولی با تقریب خوبی می‌توان برای ترانس واقعی استفاده کرد):

$$\left. \begin{aligned} E_2 &= N_2 \frac{d\phi_m}{dt} \\ E_1 &= N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = (R_C \phi = 0) + (R_l \phi = 0) \Rightarrow I_2 = \frac{N_2}{N_1} I_1$$

نکته: kVI ای به صورت زیر می‌توان برای تران در حالت بی‌باری نوشت:

$$N_1 I_1 = R \phi$$

برای I_1 می‌توان گفت: جریان موجود در اولیه در حالی که ثانویه ترانس اتصال باز است جریان تحریک (*Excitation*) نام دارد.
 بدست آوردن اجزای یک تران واقعی

در یک ترانس واقعی موارد زیر موجود است که به بیان هریک از موارد زیر می‌پردازیم سپس مدل الکتریکی یک ترانس واقعی را بیان می‌کنیم.

۱. مقاومت سیم پیچ‌ها

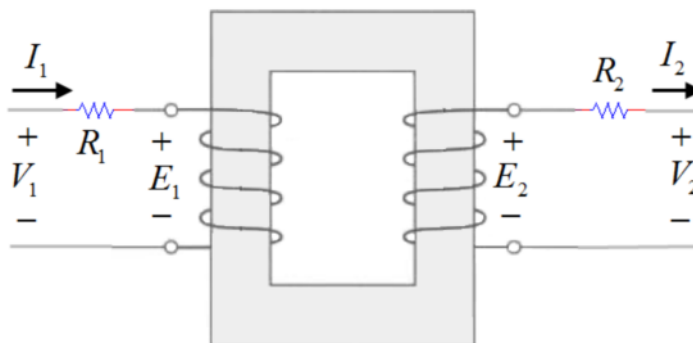
۲. اثر شار پراکندگی

۳. ضریب نفوذ غیر بی‌نهایت هسته

۴. وجود تلفات فوکو و هیستریزیس

۱. مقاومت سیم پیچ‌ها:

مدل زیر را برای نشان دادن مقاومت سیم پیچ‌ها در نظر می‌گیریم که R_1 مقاومت سیم پیچ اولیه و R_2 مقاومت سیم پیچ دوم است. (توجه شود که هسته را هنوز ایده‌آل فرض کردیم).



نکته ۱: V_1, V_2 را در نظر گرفتیم به دلیل افت ولتاژی که دو سر مقاومت R_1, R_2 می‌افتد.

نکته ۲: طبق قرارداد فرض می‌کنیم اولیه منبع باشد و ثانویه مدار باز باشد لذا جهت جریان به صورت فوق است به طوری که جریان باید از منبع خارج شود و به بار وارد شود.

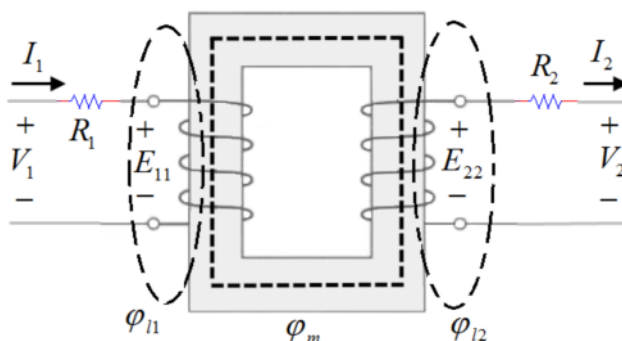
نکته ۳: طبق نکته فوق داریم:

$$V_1 = E_1 + R_1 I_1$$

$$V_2 = E_2 - R_2 I_2$$

۲. اثر شار پراکندگی:

در شکل زیر مشاهده می‌شود شار پراکندگی در هر دو سیم پیچ وجود دارد:



نام‌گذاری E_{11}, E_{22} به این دلیل است که E_1, E_2 ولتاژ القا شده در اثر شار تنه‌ای ϕ_m بودند در حالی که در شکل فوق ϕ_{l1}, ϕ_{l2} همراه با ϕ_m موجود است لذا ولتاژ القا شده از جمع این دو شار به صورت E_{11}, E_{22} بیان می‌شود که می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_m + \varphi_{l1} \\ \varphi_2 = \varphi_m + \varphi_{l2} \end{cases} \rightarrow E_{11} = N_1 \frac{d\varphi_1}{dt}, E_{22} = N_2 \frac{d\varphi_2}{dt}$$

که می توان نوشت:

$$E_{11} = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt} + N_1 \frac{d\varphi_{l1}}{dt}$$

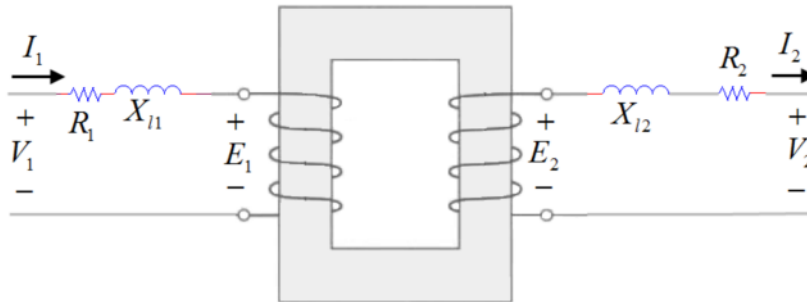
که:

$$N_1 \frac{d\varphi_m}{dt} = E_1, N_1 \frac{d\varphi_{l1}}{dt} = N_1 \frac{d\lambda_{l1}}{dt}$$

و از رابطه $\lambda = LI$ داریم:

$$\lambda_{l1} = L_{l1} I_1 \Rightarrow E_{11} = E_1 + L_{l1} \frac{dI_1}{dt}$$

از آنجایی که $L_{l1} \frac{dI_1}{dt}, L_{l2} \frac{dI_2}{dt}$ ضرب یک عدد در مشتق جریان است لذا آن را با سلف (راکتانس) مدل می کنیم و به دلیل اینکه با ولتاژ E_1, E_2 سری شده اند لذا آن ها را به صورت سری قرار می دهیم که در شکل زیر مشاهده می شود.



نکته: در عمل برای اینکه مقدار شار نشت را کاهش دهند سیم پیچ های اولیه و ثانویه را روی هم می بندند.

۳. ضریب نفوذ پذیری غیر بی نهایت هسته:

از قبل در حالت بی باری داشتیم:

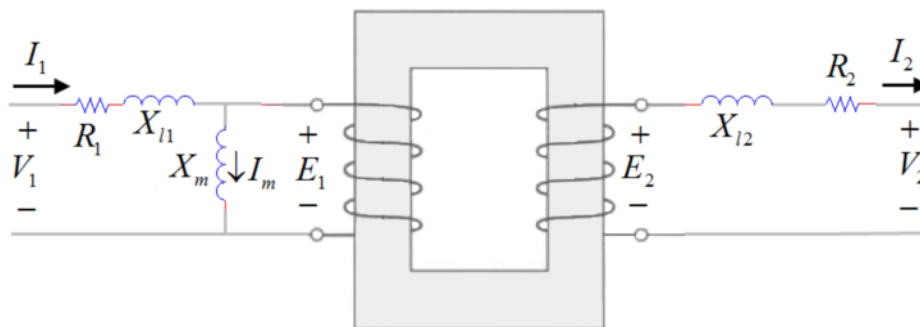
$$N_1 I_1 = R \varphi_m \begin{cases} R = \frac{l}{\mu A} \\ I_1 = I_{Exc} = \frac{R \varphi_m}{N_1} \end{cases}$$

اگر ولتاژ القا شده در اولیه کاملاً ینوسی باشد داریم:

$$E_1 = E \cos \omega t \Rightarrow \varphi_m = \frac{E_1}{N_1 \omega} \angle -\frac{\pi}{2}$$

$$I_1 = \frac{R \varphi_m}{N_1} = \frac{R E_1}{N_1^2 \omega} \angle -\frac{\pi}{2} = \frac{E_1}{\left(\frac{N_1^2}{R} \right) \omega} \angle -\frac{\pi}{2} = \frac{E_1}{L_m \omega} \angle -\frac{\pi}{2}$$

از آنجایی که جریان $\pi/2$ از ولتاژ عقب‌تر است و طبق رابطه فوق L_m ولتاژ E_1 را می‌بیند لذا باید در حالت موازی سیم‌پیچ به صورت زیر باشد.

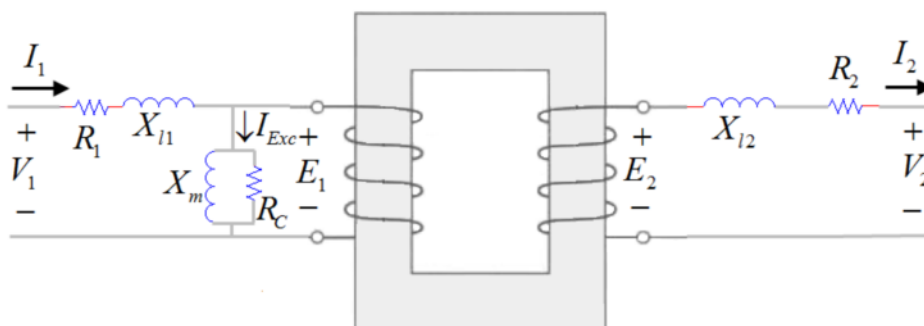


۴. تلفات فوکو و هیستریزیس:

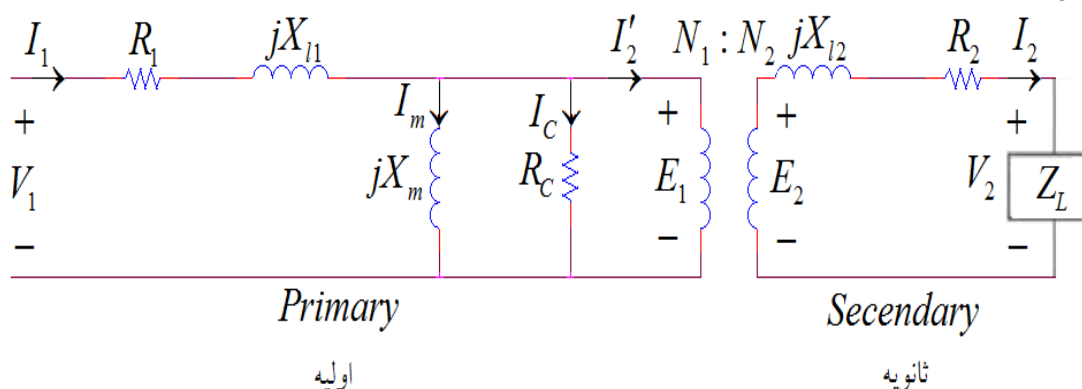
این تلفات باعث تولید حرارت در هسته می‌شود که به صورت مقاومت مدل می‌کنیم.

این تلفات به سه پارامتر ساختمان هسته و چگالی شار و فرکانس وابسته است و طبق رابطه $B = \phi/A$ به شار و طبق رابطه $E = N \frac{d\phi}{dt}$ به E وابسته است پس با تغییرات جریان اولیه و ثانویه تغییر نمی‌کند لذا باید به صورت موازی با X_m قرار بگیرد.

از مجموع چهار مورد ذکر شده داریم:



با توجه به شکل فوق مدار معادل الکتریکی یک ترانس واقعی به صورت زیر است.



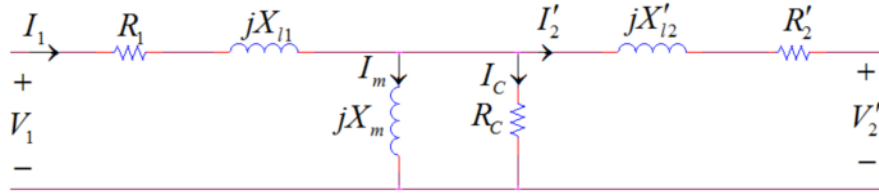
R_c : مقاومت معرف تلفات هسته ، X_m : راکتانس مغناطیس‌کنندگی ، X_{l1} : راکتانس نشت اولیه

R_1 : مقاومت اهمی سیم‌پیچ اولیه ، R_2 : مقاومت سیم‌پیچ ثانویه ، X_{l2} : راکتانس نشت ثانویه

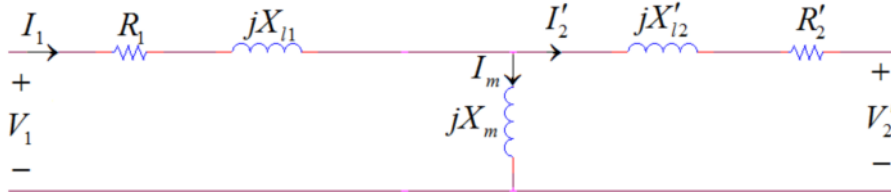
جریان I_2 باید جهتش به صورت فوق باشد تا بار مصرف کننده باشد.

اگر سیم پیچ ثانویه نباشد همان شکل قبلی حاصل می شود.

در شکل فوق امپدانس های طرف دوم را به طرف اول ارجاع می دهیم:

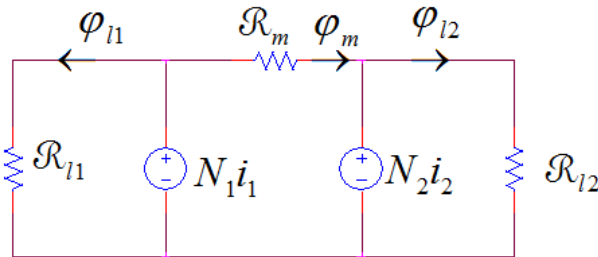


R_C را به علت غیرخطی بودن در مدار فوق در نظر نمی گیریم زیرا تحلیل مدار سخت می شود.



$$\begin{cases} X'_{l2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_{l2} \\ R'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 \end{cases}, \begin{cases} V'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right) V_2 \\ I'_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) I_2 \end{cases}, \begin{cases} E_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right) E'_2 = E_1 \end{cases}$$

از مدار مشابه داریم:



$$N_1 i_1 = R_{l1} \phi_{l1}$$

$$N_2 i_2 = R_{l2} \phi_{l2}$$

$$(N_1 i_1 - N_2 i_2) = R_m \phi_m$$

$$N_1 \left(i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2 (= i'_2) \right) = R_m \phi_m$$

R_C حذف شده چون مقاومتی است که مقدارش ثابت نیست.

$$\phi_{l1} = \phi_m + \phi_{l2} \Rightarrow \frac{V}{e} = \frac{V_{l1}}{e_{l1}} + \frac{V_m}{e_m}$$

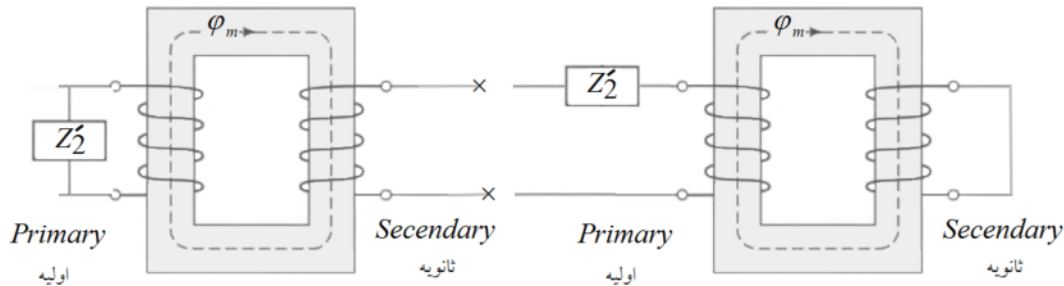
$$I_1 = I'_2 = \frac{N_2 I_2}{N_1}$$

که تساوی آخر در مدار مشابه نیز دیده می شود.

یعنی اینکه ترانسی وجود دارد که هسته‌اش ایده‌آل باشد و رلوکتانس هسته صفر ولی شار نشت طبق مدار معادل داشته باشد. از دیدگاه ولتاژ: ولتاژ اولیه \leftarrow ولتاژ ثانویه

از دیدگاه جریان: ولتاژ ثانویه \leftarrow جریان ثانویه \leftarrow جریان اولیه
نکته: منظور از بار زیاد یعنی امپدانس کم و جریان زیاد است.

ممکن است X_m وجود داشته باشد ولی $R_C = \infty$ باشد ولی برعکس این جمله امکان ندارد زیرا وقتی R_C وجود دارد به دلیل تلفات هسته X_m هم وجود دارد. در مشخصه‌های $B-H$ حالت (۱ و ۲) R_C وجود ندارد.
نکته شرایط مختلف انتقال امپدانس از ثانویه به اولیه به صورت زیر است:



حالت‌های مختلف توان اکتیو و راکتیو برای انواع مشخصه‌های $B-H$
(۱) مقاومت مغناطیسی وجود نداشته باشد.

$$R_m = 0, i = 0 \Rightarrow VI^* = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Re} |VI^*| = 0 \rightarrow P = 0 \\ \text{Im} |VI^*| = 0 \rightarrow Q = 0 \end{cases}$$

(۲) مشخصه $B-H$ خطی باشد. مقاومت اهمی سیم‌پیچ صفر است و Q قطعاً صفر نیست. ($R_C = 0$)

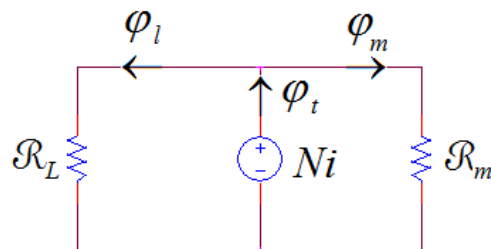
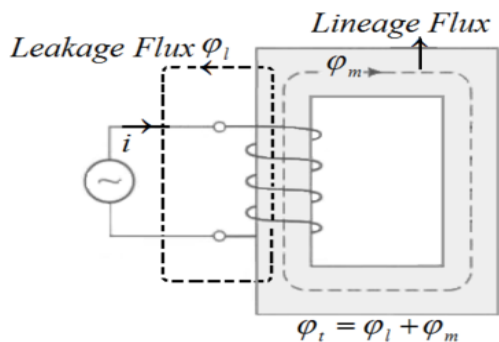
(۳) مشخصه $B-H$ غیر خطی و تک مقداره است. مشابه حالت (۲)

(۴) مشخصه $B-H$ غیر خطی و چندمتغیره باشد. P و Q تولید و مصرف می‌شود.

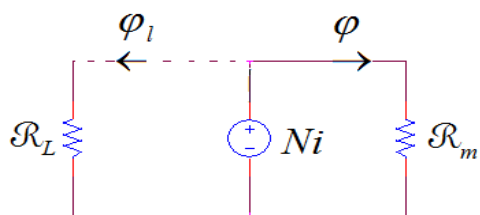
کویز اول

مطلوب است رسم مدار مشابه در هر یک از حالت‌های زیر:

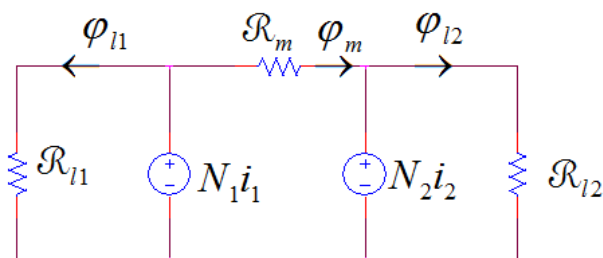
(۱) سیستم شامل هسته و یک سیم‌پیچ و هسته دارای مشخصه‌های $B-H$ خطی و تک مقداره است.



(۲) سیستم شامل هسته و یک سیم‌پیچ و هسته دارای مشخصه‌های $B-H$ خطی و تک مقداره است و رلوکتانس هسته صفر است.

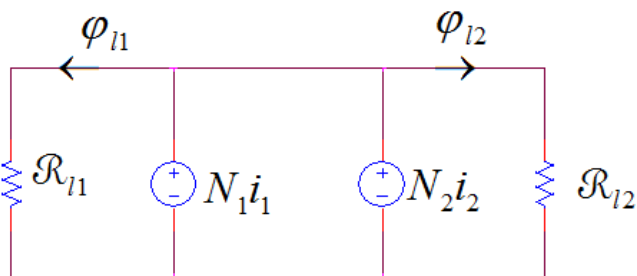


(۳) سیستم شامل هسته و دو سیم‌پیچ و هسته دارای مشخصه‌های $B-H$ خطی و تک مقداره است.



در این حالت حتی با صفر بودن R_m شار نشت اولیه و ثانویه می‌تواند وجود داشته باشد.

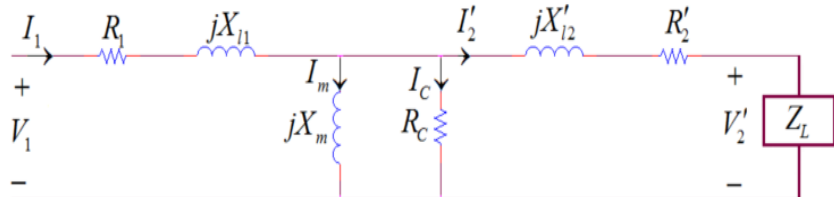
(۴) سیستم شامل هسته و دو سیم‌پیچ و هسته دارای مشخصه‌های $B-H$ خطی و تک مقداره است و رلوکتانس هسته صفر است.



شار پیوندی در هر دو سیم‌پیچ یکسان است.

۹۰/۷/۲۸ جلسه پنجم

در مدار ارجاع داده شده با $R_C = 0$ داریم:



$$kcl: I_1 = I_m + I_2'$$

$$kvl: V_1 = R_1 I_1 + jX_m(I_1 - I_2')$$

می‌خواهیم بدانیم رابطه L_m با اندوکتانس متقابل چیست لذا در حوزه زمان داریم:

$$kvl: V_1(t) = R_1 I_1(t) + L_{l1} \frac{di_1(t)}{dt} + L_m \frac{d(i_1(t) - i_2'(t))}{dt}, \quad X_m = L_m \omega, \quad i_2'(t) = i_2(t) \frac{N_2}{N_1}$$

$$V_1(t) = R_1 i_1(t) + L_{l1} \frac{di_1(t)}{dt} + L_m \frac{di_1(t)}{dt} - L_m \frac{N_2}{N_1} \frac{di_2(t)}{dt}$$

که در رابطه فوق منفی از قانون لنز است و $L_m \frac{N_2}{N_1}$ رابط طرف اول و دوم است.

$$L_m \frac{N_2}{N_1} = M \Rightarrow \begin{cases} L_{m \text{ primary}} = M \cdot \frac{N_1}{N_2} \\ L_{m \text{ secondary}} = M \cdot \frac{N_2}{N_1} \end{cases}$$

$$\frac{L_{m \text{ secondary}}}{L_{m \text{ primary}}} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \Rightarrow M = \sqrt{L_{m \text{ primary}} L_{m \text{ secondary}}}$$

با توجه به روابط فوق L_m بسته به اینکه در کدام سمت باشد فرق می‌کند (L_m در HV بیشتر از LV است) اما توجه شود که M برای هر دو طرف ثابت است.

تمرین: رسم دیاگرام برداری کامل برای مدار معادل ترانس با بارهای:

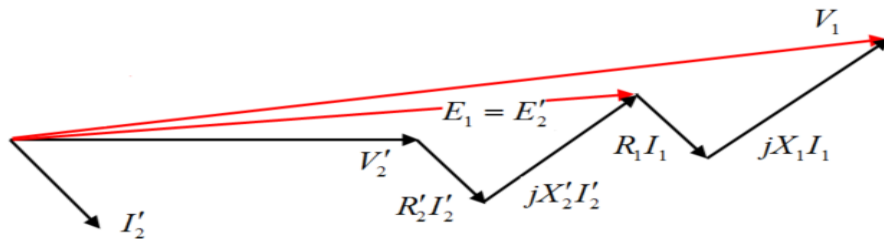
(الف) سلفی (پس‌فاز Lag) (ب) مقاومتی (ج) خازنی (پیش‌فاز $Lead$)

(د) بار سلفی خالص (ه) بار خازنی خالص

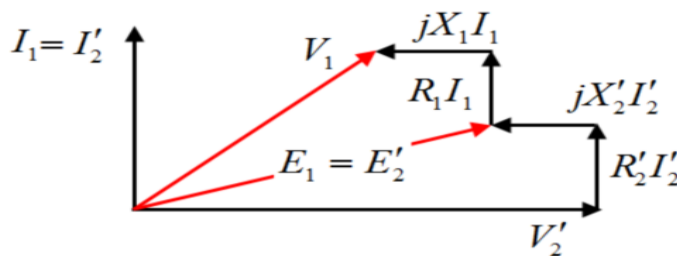
(راهنمایی: ۱- معمولاً ولتاژ بار را به عنوان مرجع زاویه در نظر می‌گیرند. ($\angle V_2 = 0$) برای بقیه باید kvl نوشته شود تا حل

شوند. ۲- j ضرب شود یعنی ۹۰ درجه چرخیدن بردار در جهت پاد ساعت گرد است.)

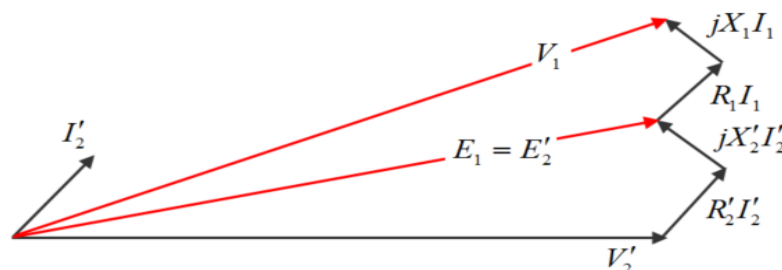
حل: الف) بار سلفی



ب) بار مقاومتی

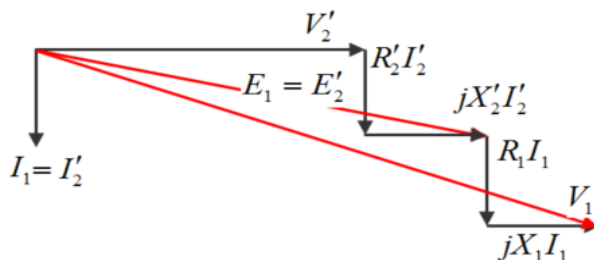


ج) بار خازنی

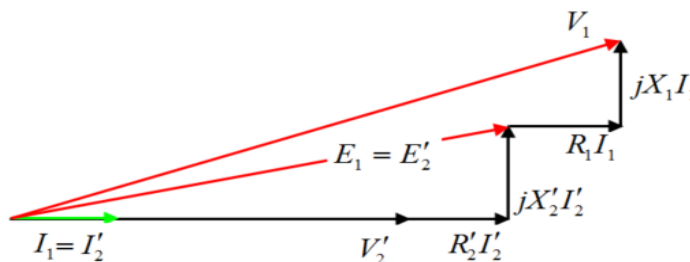


د) بار سلفی خالص

فرض می‌کنیم $I_1 = I_2'$ یعنی از جریان $I_m + I_C$ صرف نظر می‌کنیم به دلیل اینکه دامنه این جریان‌ها کوچک است.



ه) بار خازنی خالص



تعیین پارامترهای مدار معادل ترانس توسط آزمایش

این پارامترها به کمک دو آزمایش اتصال کوتاه و مدار باز (بی‌باری) تعیین می‌شود لذا دو حالت حدی برای بار وجود دارد.

$$(1) \quad Z = 0 \leftarrow \text{اتصال کوتاه} \leftarrow V_2 = 0 \leftarrow P_{out}$$

$$(2) \quad Z = \infty \leftarrow \text{مدار باز} \leftarrow i_2 = 0 \leftarrow P_{out} = 0$$

قرائت واتمتر در اولیه برابر تلفات ترانس:

(1) تلفات مس (متغیر) \leftarrow رابطه با جریان بار دارد.

(2) تلفات هسته \leftarrow رابطه با ولتاژ بار (ترمینال) دارد. عنصر معرف، عنصر I_C است و لذا با ولتاژ رابطه دارد.

نکته: اگر ترانس در یک فرکانس ثابت کار کند حتی با تغییر ولتاژ دو سر R_C ، تلفات هسته ثابت است.

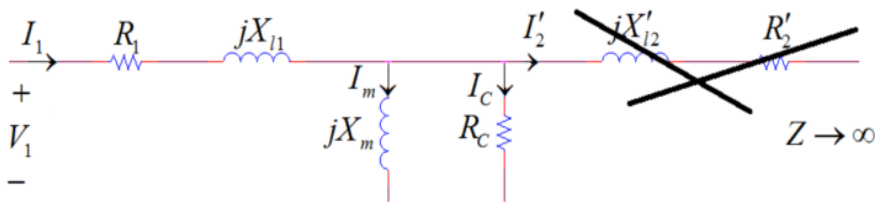
تذکر: نکته بالا و مورد دوم در تناقض نیستند.

آزمایش اتصال باز (No Load Test – Open Circuit Test)

فرض می‌کنیم $Z \leftarrow \infty$ در این آزمایش به اولیه ولتاژ نامی اعمال می‌شود و ثانویه مدار باز می‌باشد. ولتاژ (V) و جریان (I) و

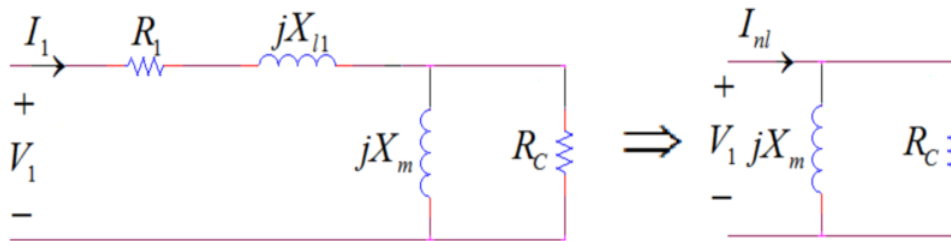
توان (P) در طرف فشار ضعیف قرائت می‌شود. البته می‌توان در فشار قوی یک ولتمتر قرار داد و ولتاژ فشار قوی را

بخوانیم و نسبت ولتاژها (N_1/N_2) را بدست آوریم.



در ترانس ایده آل $R_1 = 0, jX_{l1} = 0$ و در عمل R_1, jX_{l1} نسبت به R_C, jX_m بسیار کوچک هستند. امپدانس $(R_1 + jX_{l1})$ با امپدانس $(R_C \parallel jX_m)$ سری شده است به دلیل اینکه $(R_C \parallel jX_m)$ بسیار از $(R_1 + jX_{l1})$ بزرگتر است. بیشتر ولتاژ V_1 بر روی شاخه شنت افت می کند و می توان از افت ولتاژ روی $(R_1 + jX_{l1})$ صرف نظر کرد به عبارت دیگر چون I_{nl} جریان کوچکی است (به دلیل اینکه این جریان برابر جریان تحریک است) نسبت به جریان نامی و $(R_1 + jX_{l1})$ نیز امپدانس کوچکی است، حاصل ضرب آن یعنی $(R_1 + jX_{l1})I_{nl}$ که همان افت ولتاژ روی شاخه سری است بسیار کوچک است. چون I_{nl} کوچک است پس جریان مس اولیه ناچیز است و از طرفی چون جریان ثانویه صفر است، تلفات مس ثانویه صفر است بنابراین تلفات مس کل قابل صرف نظر کردن است (یعنی تلفات قرائت شده توسط واتمتر قابل صرف نظر کردن است). از طرفی چون ولتاژ اعمالی به اولیه، ولتاژ نامی است، تلفات هسته نیز تلفات هسته نامی خواهد بود. بنابراین قرائت واتمتر برابر تلفات هسته ترانس در شرایط کار واقعی خواهد بود.

از دیدگاه پارامترهای مدار معادل



بدست آوردن پارامترها:

واتمتر توان اکتیو را اندازه گیری می کند پس P_{nl} توان اکتیو است و تنها مصرف کننده توان اکتیو در در آاز اتصال باز R_C است پس می توان نوشت:

$$P_{nl} = \frac{V_{nl}^2}{R_C} \Rightarrow R_C = \frac{V_{nl}^2}{P_{nl}}$$

در صورتی که دقیق تر بخواهیم بنویسیم:

$$R_C = \frac{(V_{nl}^2 + (R_1 + jX_{l1})I_{nl}^2)}{P_{nl} - R_1 I_{nl}^2}$$

و می توان نتیجه گرفت:

$$I_C = \frac{V_{nl}}{R_C}$$

از مثلث امپدانس برای جریان ها داریم:

$$I_m = \sqrt{I_{nl}^2 - I_C^2} \Rightarrow X_m = \frac{V_{nl}}{I_m}$$

از ادمیتانس:

$$|Y| = \sqrt{g_C^2 + B_m^2} = \frac{I_{nl}}{V_{nl}} \Rightarrow B_m = \sqrt{Y^2 - g_C^2} \Rightarrow \frac{1}{B_m} = X_m$$

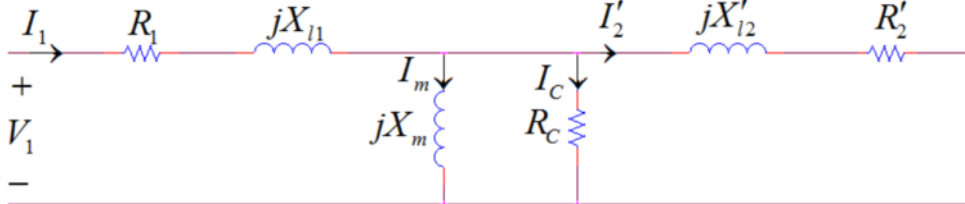
که $B_m = \frac{1}{X_m}$ سوپستانس و $g_c = \frac{1}{R_c}$ کنداکنانس نام دارد.

این عناصر بدست آمده مقادیر ارجاع داده شده به سمتی هستند که اندازه‌گیری انجام شده است (فشار ضعیف) در صورتی که مقدار این عناصر در سمت دیگر (فشار قوی) خواسته شد باید ابتدا از سمت فشار ضعیف به سمت فشارقوی ارجاع داده شود (به عبارت دیگر در ضریب ارجاع ضرب شوند).

آزمایش اتصال کوتاه (Short Circuit Test)

اگر ولتاژ نامی به سمت فشارقوی و فشار ضعیف اتصال کوتاه باشد، جریان بسیار زیادی (چند برابر جریان مجاز ترانس) از فشارقوی به فشار ضعیف عبور کرده و سیم‌پیچ ترانس می‌سوزد در نتیجه: ۱- تلفات مسی زیاد. ۲- هسته به ناحیه اشباع می‌رود لذا تلفات هسته زیاد و هسته می‌سوزد.

بنابراین در این آزمایش باید ولتاژ اعمالی کسری از ولتاژ نامی باشد و ولتاژ را از صفر افزایش می‌دهیم تا جایی که قرائت آمپرتر جریان نامی باشد. چون جریان نامی است تلفات مسی نیز تلفات مسی نامی است و از طرفی چون ولتاژ کسری از ولتاژ نامی است تلفات هسته قابل صرف نظر کردن است.



مثال: در ترانسی $2000/200V$ و قرائت آمپرتر $9A$ (مهم است که از ثانویه گرفته شده یا اولیه) جریان‌های نامی را بدست می‌آوریم: $I_{1nam} = 10A$ و $I_{2nam} = 100A$ لذا تلفات نامی به صورت زیر است:

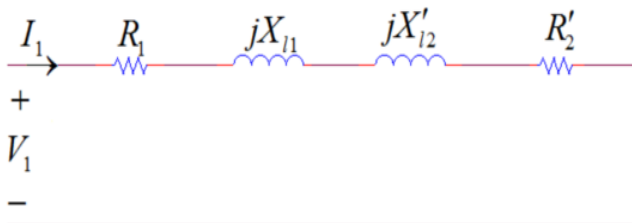
$$\text{تلفات نامی} = \left(\frac{10}{9}\right)^2 \times \text{قرائت واتمتر (مهم است که از ثانویه گرفته شده یا اولیه)}$$

بنابراین قرائت واتمتر در آزمایش اتصال کوتاه برابر با تلفات مسی نامی است.

امپدانس $(R_c \parallel jX_m)$ با امپدانس $(R_2' + jX_{l2}')$ موازی شده است و چون $(R_c \parallel jX_m)$ خیلی بزرگ‌تر است از $(R_2' + jX_{l2}')$ می‌توان از آن صرف نظر کرد.

از دیدگاه پارامترهای مدار معادل

مدار معادل ساده شده در شرایط SCT، به صورت زیر است:



$$V_{SCT}, I_{SCT}, P_{SCT}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2' = \frac{P_{SCT}}{I_{SCT}^2}$$

$$Z_{eq} = \frac{V_1}{I_1}$$

$$X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2}, X_{eq} = X_{l2}' + X_{l1}$$

اگر جریان، یک جریان DC باشد مقدار R_1 را می‌توان بدست آورد. در این آزمایش که جریان نامی است به خاطر اثر حرارتی این جریان باید در حالت ماندگار اندازه‌گیری شود. چون R_1 ، مقدار DC است با اصلاح فرکانسی می‌توان R_{1ac} را بدست آورد به این صورت که R_{1DC} را در یک ضریب، ضرب می‌کنیم. در صورتی که نخواهیم آزمایش DC انجام دهیم با تقریب خوبی می‌توان R_1 و R'_2 را تقریباً برابر گرفت. اثبات فرض فوق (اثبات دقیق نیست):

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

$$l_1 \propto N_1, l_2 \propto N_2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A_1 \propto N_2 \\ A_2 \propto N_1 \end{array} \right. \Rightarrow R_1 \propto \frac{N_1}{N_2}, R_2 \propto \frac{N_2}{N_1} \times \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2 \propto \frac{N_1}{N_2}$$

آزمایش DC (DC Test)

در این آز به وسیله اعمال ولتاژ DC و قرائت جریان DC می‌توان مقادیر R_1, R_2 را بدست آورد اما به دلیل وجود اثر پوستی و اختلاف بین R_{ac}, R_{DC} مقادیر R_{ac} به صورت زیر بدست می‌آید.

$$R_{eq} = R_{HV} + \left(\frac{N_{LV}}{N_{HV}} \right)^2 R_{LV} \Rightarrow R_{eq}^{DC} = R_{HV}^{DC} + \left(\frac{N_{LV}}{N_{HV}} \right)^2 R_{HV}^{DC}$$

$$\frac{R_{eq}}{R_{eq}^{DC}} = \frac{R_{HV}}{R_{HV}^{DC}} \Rightarrow R_{LV} = \frac{R_{eq}}{R_{eq}^{DC}} R_{LV}^{DC}, \quad R_{HV} = \frac{R_{eq}}{R_{eq}^{DC}} R_{HV}^{DC}$$

نکته: در سوالات تشخیص اینکه کدام آزمایش است بر عهده خودمان است و بعد باید بیان کنیم که اندازه‌گیری‌ها در کدام سمت انجام شده است.

مثال: در یک ترانس تک‌فاز $10KVA, 230V / 2300, 100Hz$ نتایج آزمایش‌ها به صورت زیر است:

$$(1): 230V, 0.45A, 70W$$

$$(2): 120V, 4.3A, 240W$$

$$DC \text{ Test} : 5.8\Omega, 0.0605\Omega$$

الف) تعیین کنید که هر آزمایش چه آزمایشی است و در کدام سمت انجام شده است و آیا سمت آزمایش درست است یا خیر؟

ب) جریان تحریک را به صورت درصدی از جریان نامی بدست آوردید.

ج) مدار معادل ترانس را که به سمت فشار ضعیف ارجاع داده شده را بدست آورید.

حل: الف) آزمایش اول آزمایش اتصال باز است و در سمت فشار ضعیف انجام شده که در سمت صحیح است و آزمایش دوم آزمایش اتصال کوتاه است به دلیل اینکه جریان اندازه‌گیری شده زیاد است و این آزمایش در سمت فشار قوی انجام شده به دلیل اینکه جریان اندازه‌گیری شده با جریان نامی در سمت فشار قوی برابر است و آزمایش در سمت صحیح انجام شده است.

$$I_{1nam} = \frac{10KVA}{230V} = 43.47A \quad , \quad I_{2nam} = \frac{10KVA}{2300} = 4.347A$$

ب) جریان تحریک یا همان I_{nl} یا همان جریان اندازه گیری شده آزمایش اتصال باز است پس:

$$I_{Exc} = 0.45A$$

و جریان نامی مورد نظر جریانی است که در سمت فشار ضعیف دیده می شود.

$$I_{nam} = \frac{S}{V_{nam}} = \frac{10KVA}{2300} = 43.47A$$

$$\Rightarrow \frac{I_{Exc}}{I_{nam}} \times 100 = \%1.035$$

ج) ابتدا پارامترهای مدار معادل برای دو آزمایش باید حساب شود. پس برای آزمایش اتصال باز داریم:

$$R_C = \frac{V_{nl}^2}{P_{nl}} = \frac{230^2}{70} = 755.71\Omega$$

$$I_C = \frac{V_{nl}}{R_C} = \frac{230}{755.71} = 0.3A$$

$$I_m = I_{Exc} - I_C = 0.15A$$

$$X_m = \frac{V_{nl}}{I_m} = 1533.33\Omega$$

نکته: قبل از بدست آوردن پارامترهای مدار معادل برای آزمایش اتصال کوتاه به صورت دقیق (یعنی اندازه R_1 و R'_2 برابر نباشد) با توجه به آزمایش DC در فشار قوی داریم:

$$\begin{cases} V_{HV} \uparrow \Rightarrow N \uparrow \Rightarrow I \uparrow \\ I \downarrow \Rightarrow A \downarrow \end{cases}, R = \frac{\rho l}{A} \Rightarrow R \uparrow \uparrow$$

و در فشار ضعیف داریم:

$$\begin{cases} V_{LV} \downarrow \Rightarrow N \downarrow \Rightarrow I \downarrow \\ I \uparrow \Rightarrow A \uparrow \end{cases}, R = \frac{\rho l}{A} \Rightarrow R \downarrow \downarrow$$

یعنی مقاومت بیشتر، که داده شده است به فشار قوی مربوط است و مقاومت کمتر به فشار ضعیف.

پارامترها را با صرف نظر از پارامترهای شاخه شنت، برای آزمایش اتصال کوتاه داریم:

$$X_{eq} = X_{l1} + X'_{l2} \quad , \quad R_{eq} = R_1 + R'_2$$

$$R_{eq} = \frac{P_{SCT}}{I_{SCT}^2} = \frac{240}{4.3^2} = 12.98\Omega$$

$$Z_{eq} = \frac{V_{SCT}}{I_{SCT}} = \frac{120}{4.3} = 27.9\Omega$$

$$X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2} = 24.7\Omega$$

$$X_{l1} = X_{l2} = \frac{X_{eq}}{2} = \frac{24.7}{2} = 12.35\Omega$$

با توجه به اینکه پارامترها در سمت فشار ضعیف خواسته شده در حالی که در آزمایش اتصال کوتاه در سمت فشار قوی است خواهیم داشت:

$$X_{l2} = X_{LV}, X_{l1} = X_{HV}$$

$$X'_{l2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_{l2} \Rightarrow X_{l2} = X'_{l2} \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 = 0.1235\Omega$$

$$X_{l1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 X_{l1} = 1235\Omega$$

در سمت فشار قوی داریم:

$$R_{eq} = R_{HV} + \left(\frac{N_{LV}}{N_{HV}}\right)^2 R_{LV} = 12.98\Omega$$

$$R_{eq}^{DC} = R_{HV}^{DC} + \left(\frac{N_{HV}}{N_{LV}}\right)^2 R_{LV}^{DC} = 5.8 + 100 \times 0.0605 = 11.85\Omega$$

$$R_1 = R_{HV} = \frac{R_{eq}}{R_{eq}^{DC}} R_{HV}^{DC} = 5.8 \times \frac{12.98}{11.85} = 6.35\Omega$$

$$R'_2 = \frac{R_{eq}}{R_{eq}^{DC}} R_{LV}^{DC} = 0.0605 \times \frac{12.98}{11.85} = 0.066\Omega$$

در سمت فشار ضعیف:

$$R'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{1}{100} \times R'_2 = 66 \times 10^{-5}\Omega$$

$$R'_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_1 = 100 \times 6.35 = 635\Omega$$

۹۰/۸/۴ جلسه ششم

مثال: اندازه گیری های زیر طی دو آزمایش برای ترانس تک فاز ۱۵KVA و $V_{2nam} = 230$, $V_{1nam} = 2300$ بدست آمده است:

آز اول: آز دوم:

$$V = 2300v \quad V = 230v$$

$$I = 0.21A \quad I = 6A$$

$$P = 5W \quad P = 160W$$

الف) نوع هر آزمایش

آز اول: آز دوم:

اتصال باز اتصال کوتاه

بی باری در سمت فشار قوی چون $V = V_{1nam}$ در سمت فشار قوی چون $I = I_{1nam}$

از نظر حل مسائل فرقی نمی‌کند که هر کدام از این آزمایش‌ها در کدام سمت انجام شده است در هر صورت می‌توان مسئله را حل کرد ولی اگر مسئله طرف خاصی را در نظر داشت باید پارامترها را ارجاع دهیم اگر در آزمایش بی‌باری عناصر شاخه شنت را بدست آوریم یعنی R_C, jX_m این‌ها در سمت فشار قوی هستند و از آز دوم هم اگر R_{eq}, X_{eq} را بدست آوریم این هم در سمت فشار قوی است بنابراین اگر مسئله بیان کرد که مدار معادل این ترانس را در سمت فشار ضعیف رسم کنید باید تمام این مقاومت‌ها را در $\frac{1}{100}$ ضرب کنیم و در صورت ضرب نکردن ادامه حل مسئله اشتباه است.

ب) تلفات مسی نامی این ترانس را از آز دوم داریم:

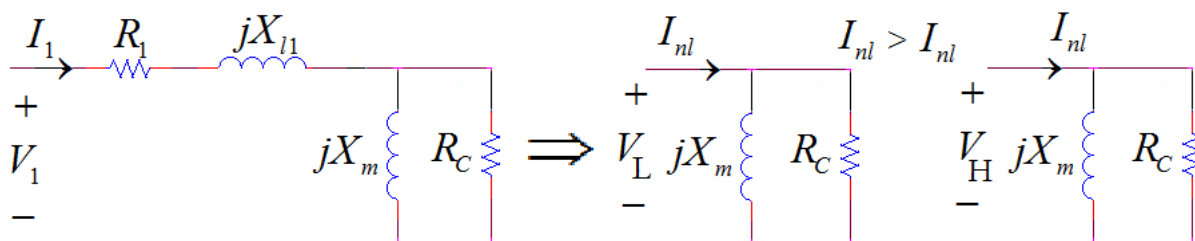
$$P_{cu\ nam} = 160 \left(\frac{6.52}{6} \right)^2$$

تلفات مس از آز دوم بدست می‌آید.

اگر تلفات مسی در نصف جریان نامی را خواستند باید تلفات نامی را در $\frac{1}{4}$ هم ضرب کنیم.

سوال: هر کدام از آزمایش‌ها بهتر است در کدام سمت انجام شود؟

آز بی‌باری (اتصال باز) بهتر است در سمت فشار ضعیف (اولیه LV و HV مدار باز) انجام شود، اولاً تولید ولتاژ کم راحت‌تر و ایمن‌تر است ثانیاً اگر آز در سمت LV انجام شود جریان بی‌باری بزرگتری نسبت به حالتی که آز در HV انجام می‌شود اندازه‌گیری خواهد شد. جریان بی‌باری ذاتاً جریان کوچکی است پس هرچه این جریان بزرگ‌تر شود بهتر است زیرا اندازه‌گیری راحت‌تر است.



چون ولتاژ LV کمتر است از ولتاژ HV است و امپدانس به نسبت مجذور خیلی کمتر از ولتاژ است لذا I_{nl} از LV، HV، بیشتر است. تلفات مسی در هر دو یکسان و قابل صرف نظر کردن است.

آز اتصال کوتاه بهتر است در سمت HV (اولیه HV و ثانویه اتصال کوتاه) زیرا قرار نیست که ولتاژ نامی تولید شود و چون جریان اتصال کوتاه ذاتاً جریان بزرگی است پس بهتر است اندازه‌گیری در سمت HV انجام شود تا جریان کمتر قرائت شود.

آیا سمتی که آزمایش‌ها انجام شده سمت مناسبی بوده است؟

با توجه به گفته‌های بالا آز اتصال کوتاه درست ولی آز اتصال باز اشتباه است.

ادامه مثال از کتاب چاپمن مطالعه گردد.

بررسی عملکرد ترانس:

در دو مبحث بیان می‌شود: (۱) راندمان (۲) رگولاسیون ولتاژ

(۱) راندمان

اگر ترانس در نزدیکی شرایط نامی قرار بگیرد راندمان حاکتر حاصل می شود.

$$\% \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 \quad , \quad P_{in} = P_{out} + \sum P_{loos} \Rightarrow \eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + \sum P_{loos}}$$

تلفات ترانس از تلفات هسته (که ثابت است یعنی P_C, P_{Fe}) و تلفات مس (P_{Cu}) که با بار متغیر است تشکیل شده است.

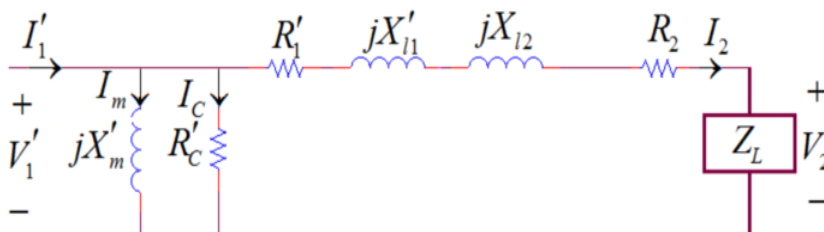
$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{Fe} + P_{Cu}} \quad , \quad P_{out} = V_2 I_2 \cos \theta_2 \quad , \quad R_{eq} = R_1' + R_2 \rightarrow P_{Cu} = R_{eq} I_2^2$$

که P_{Cu} از رابطه زیر بدست می آید:

$$P_{Cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$$

که برای راندمان خواهیم داشت:

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + R_{eq} I_2^2}$$



R_{eq} : برای ترانس ساخته شده ثابت است. V_2 : تقریباً ثابت هستند. I_2 , $\cos \theta_2$: قابل تغییر است.

متغیر سومی که می تواند تغییر داشته باشد R_{eq} است که در این صورت P_{Fe} هم ثابت نمی شود لذا کار بدست آوردن راندمان سخت می شود. (البته تغییر این متغیر مربوط به مرحله طراحی است).

نکته: در رابطه فوق $\cos \theta_2$ ضریب قدرت بار است.

برای اینکه راندمان حداکثر را بدست آوریم کارهای زیر را انجام می دهیم (چرا؟):

$$\eta = f(I_2, \theta_2)$$

$$1) \frac{\partial \eta}{\partial I_2} \Big|_{\theta_2 = cte} = 0$$

$$2) \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \Big|_{I_2 = cte} = 0$$

بار سلفی (خازنی) خالص توان اکتیو مصرف نمی کنند لذا راندمان برای این بارها صفر است. یعنی راندمان به پیش فاز و پس فازی بستگی ندارد.

$$1) \frac{\partial \eta}{\partial I_2} \Big|_{\theta_2 = cte} = 0 \Rightarrow \frac{V_2 \cos \theta_2 (V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2) - (V_2 \cos \theta_2 + 2R_{eq2} I_2) V_2 I_2 \cos \theta_2}{(V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2)^2} = 0$$

$$\Rightarrow V_2 \cos \theta_2 (V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2) = (V_2 \cos \theta_2 + 2R_{eq2} I_2) V_2 I_2 \cos \theta_2$$

$$\Rightarrow V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2 = V_2 I_2 \cos \theta_2 + R_{eq2} I_2^2$$

$$P_{Fe} = R_{eq2} I_2^2$$

$$I_{2max} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{R_{eq2}}}$$

دلیل حذف V_2 , $\cos \theta_2$ این است که اگر مقدار هر دو صفر باشند لذا راندمان صفر است.

بنابراین تحت θ_2 ثابت (با ضریب توان ثابت) راندمان تحت شرایطی حداکثر است که تلفات هسته (تلفات ثابت) با تلفات مسی (تلفات متغیر) برابر باشد.

در ماشین DC تنها تلفاتی که با خود جریان (نه مجذور جریان) رابطه دارد تلفات جاروبک P_{brush} است.

تمرین: با مشتق گیری نسبت به θ_2 شروط راندمان حداکثر تحت جریان بار ثابت (I_2) را بدست آورید.

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \theta_2} \Big|_{I_2 = cte} = 0 \rightarrow \frac{\partial \eta}{\partial \theta_2} \Big|_{I_2 = cte} = \frac{-V_2 I_2 \sin \theta_2 (V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2) + V_2^2 I_2^2 \sin \theta_2 \cos \theta_2}{(V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2)^2} = 0$$

$$V_2 I_2 \sin \theta_2 (V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2) = V_2^2 I_2^2 \sin \theta_2 \cos \theta_2$$

$$V_2 I_2 \cos \theta_2 \sin \theta_2 + P_{Fe} \sin \theta_2 + R_{eq2} I_2^2 \sin \theta_2 = V_2 I_2 \cos \theta_2 \sin \theta_2$$

$$\sin \theta_2 (P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2) = 0 \Rightarrow \{ \sin \theta_2 = 0 \text{ or } P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2 = 0 \} \times \times \rightarrow \{ \sin \theta_2 = 0 \Rightarrow \cos \theta_2 = 1$$

بنابراین تحت جریان ثابت راندمان وقتی حداکثر است که مقدار ضریب توان برابر با یک باشد. یعنی بار مقاومتی خالص باشد.

چرا می‌گوییم مقدار ماکزیمم نسبت به I_2 , θ_2 است؟

فرض می‌کنیم جریان صفر باشد لذا راندمان نیز صفر است اگر جریان خیلی بزرگ باشد به خاطر بزرگ بودن $R_{eq2} I_2^2$ راندمان دوباره نزدیک به صفر است و بین این دو مقدار نیز راندمان مثبت است و بنابراین یک مقدار ماکزیمم دارد.

فرض کنیم راندمان به صورت مقابل باشد:

$$\frac{1}{\eta} = 1 + \frac{P_{Fe} + R_{eq2} I_2^2}{V_2 I_2 \cos \theta_2}$$

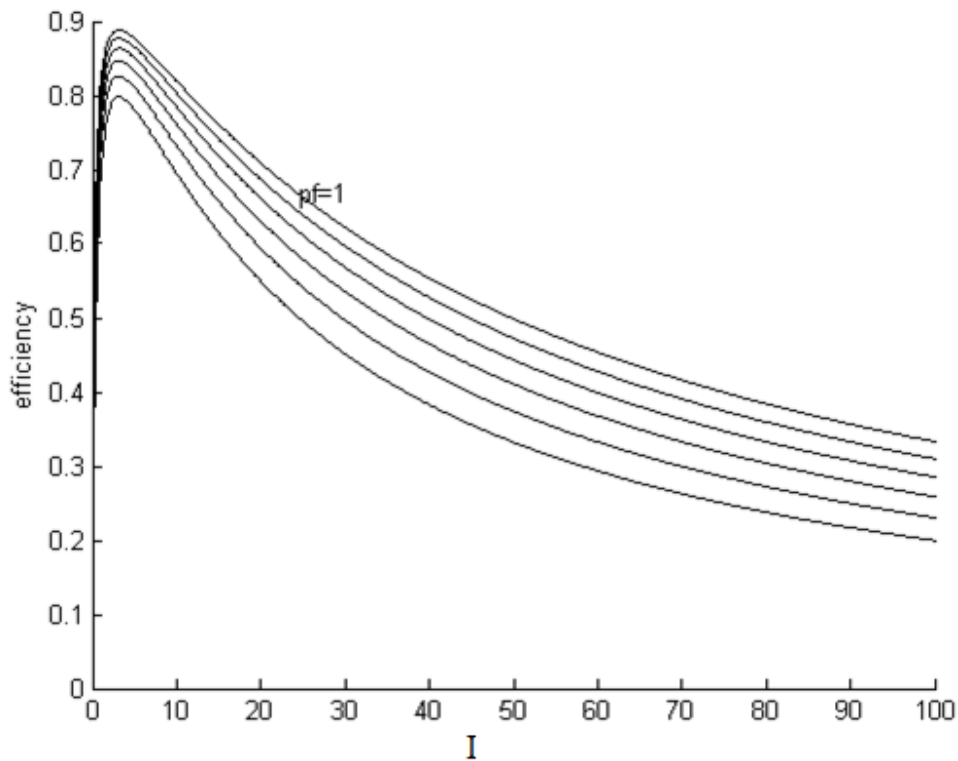
مقدار $\cos \theta_2$ از یک بیشتر نمی‌شود و هرچه به یک نزدیک‌تر باشد مقدار $\frac{1}{\eta}$ کمتر می‌شود لذا η بیشتر خواهد شد.

حالت سوم: اگر I_2, θ_2 هر دو متغیر باشند η وقتی حداکثر است که:

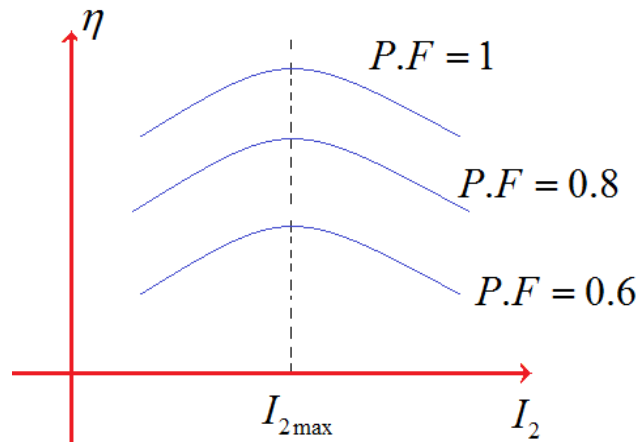
$$\begin{cases} P_{Fe} = P_{Cu} \\ \cos \theta_2 = 1 \end{cases}$$

تمرین: برنامه‌ای کامپیوتری برای یک ترانس که مشخصه $\eta - I_2$ را داشته باشد طراحی کنید. (حداقل شامل ۳ مقدار P_F باشد)

```
clc
clear
pf=.5:.1:1;
x=0:.1:100;
hold on
xlabel('I')
ylabel('efficiency')
text(24.6, .666, 'pf=1')
for i=1:6
    for j=1:1001
        y(j)=(250*x(j)*pf(i))/((250*x(j)*pf(i))+50+(5*(x(j))^2));
    end
    plot(x,y)
end
```



اگر نمودار تغییرات راندمان بر حسب جریان به صورت زیر باشد:



پیشفاز و پسفاز بودن بار تأثیری در راندمان ندارد زیرا راندمان به $\cos \theta_2$ وابسته است نه $\sin \theta_2$ و اگر $\theta \rightarrow -\theta$ تبدیل شود فرقی نمی‌کند.

سوالات از نمودار:

(۱) اگر راندمان حداکثر تحت p_{Fe} مشخص ۹۸ درصد باشد به ازای چه جریانی ۹۶ درصد می‌شود؟
در مورد این سوال باید توجه داشت که در هر p_{Fe} دو مقدار جریان موجود است و راندمان ۹۶ درصد یا یکی از این جریان‌ها بدست آید.

(۲) راندمان ترانسیتی در ۷۰ درصد بار نامی و ۹۰ درصد بار نامی ۹۵ درصد است در مورد شرایط راندمان حداکثر چه می‌توان گفت؟

فقط می‌توان گفت که راندمان وقتی حداکثر است که مقدار بار بین ۷۰ تا ۹۰ درصد بار نامی باشد و میانگین این دو عدد را نباید به عنوان بار نامی با راندمان حداکثر بیان کرد.

۹۰/۸/۵ جلسه هفتم

(۲) رگولاسیون ولتاژ

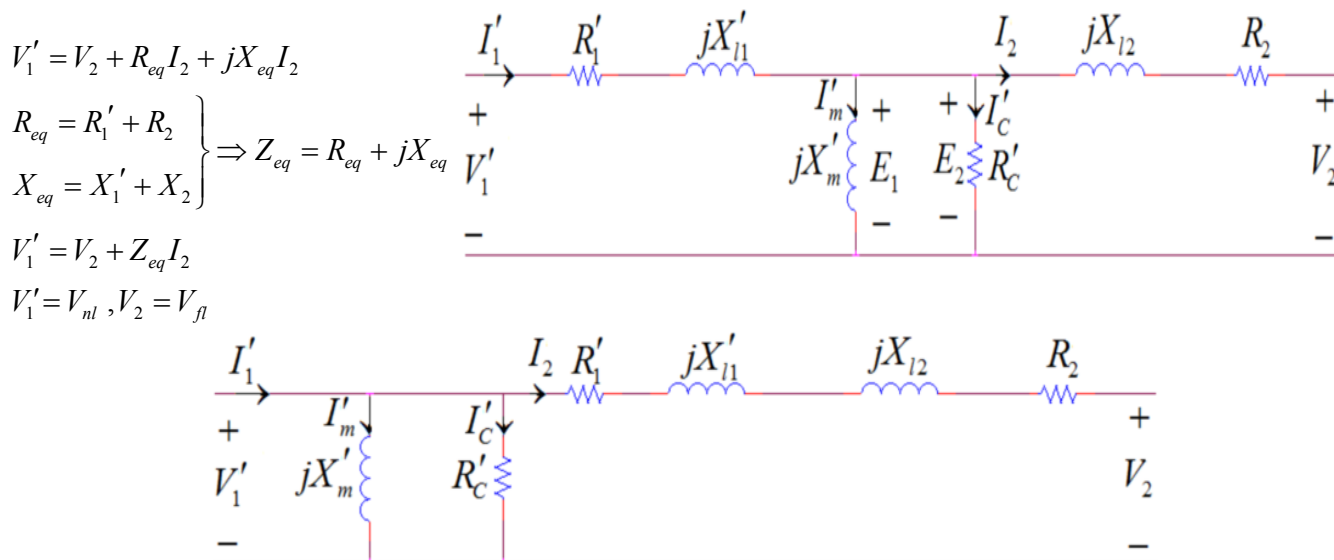
ایده‌آل آن است که با تغییر بار، ولتاژ بار (ولتاژ ترمینال ثانویه ترانس) ثابت باقی بماند ولی در عمل به دلیل افت ولتاژ به این دلیل که از ترانس جریان کشیده می‌شود در امپدانس داخلی ترانس ولتاژ بار با تغییر بار ثابت نخواهد ماند. رگولاسیون ولتاژ معیاری است برای میزان (سنجش) این تغییرات ولتاژ.

تعریف رگولاسیون ولتاژ: عبارت است از میزان تغییرات ولتاژ از بی‌باری تا بار کامل (یک بار مشخص) تقسیم بر ولتاژ بار کامل.

$$\%Reg(V.R) = \frac{|V_{nl}| - |V_{fl}|}{|V_{fl}|}$$

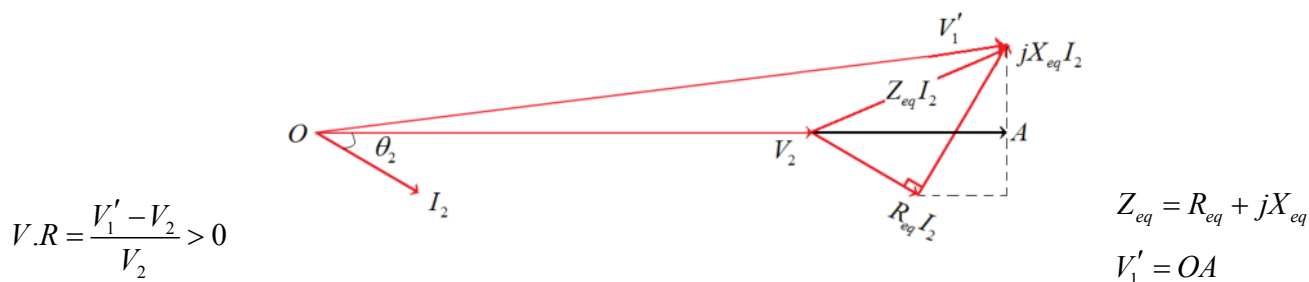
با توجه به گفته‌های بالا V_{fl} ، ولتاژ دو سر بار است و هر دو باید یا در سمت بار و یا در اولیه سنجش شوند.

برای محاسبه $V.R$ فرض کنیم در بار نامی ولتاژ برابر ولتاژ نامی (V_{fl}) است در این صورت می توان با kV ولتاژ تغذیه (ولتاژ اولیه) را محاسبه نمود. حال با فرض ثابت ماندن ولتاژ تغذیه، ترانس را بی بار فرض می کنیم. حال ولتاژ ترمینال ثانویه را در بی باری بدست می آوریم. (تقریب ۱) در محاسبه رگولاسیون ولتاژ معمولاً شاخه شنت را به ابتدای مدار انتقال می دهیم.

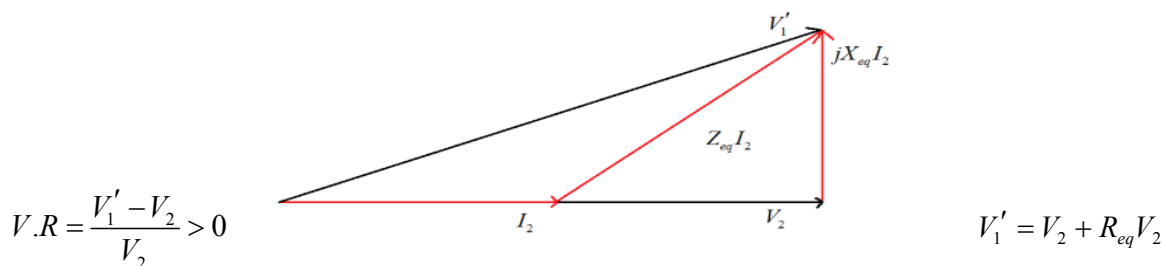


رسم دیاگرام فازوری و محاسبه رگولاسیون ولتاژ برای مدار معادل تقریبی که شاخه شنت به ابتدای مدار ارجاع داده شده باشد.

بار سلفی - مقاومتی (پسفاز):

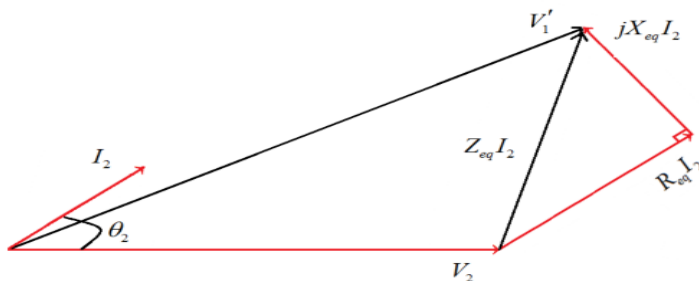


بار مقاومتی خالص:



بارمقاومتی - خازنی (پیشفاز):

$$V.R = \begin{cases} > 0 & V_{nl} > V_{fl} \\ = 0 & V_{nl} = V_{fl} \\ < 0 & V_{nl} < V_{fl} \end{cases}$$



تقریب ۲: از مؤلفه‌های عمودی افت ولتاژهای مقاومتی و سلفی (خازنی) صرف نظر می‌کنیم یا از δ زاوی بین V_1', V_2 نزدیک به صفر رادیان فرض می‌شود یعنی $\cos \delta = 1$ پس $V_1' \approx V_1' \cos \delta$ که تصویر V_1' روی راستای V_2 است. در حالت اول:

$$V_1' \approx OA \Rightarrow |V_1'| = |V_2| + R_{eq} |I_2| \cos \theta_2 + X_{eq} |I_2| \sin \theta_2$$

$$V.R \approx \frac{R_{eq} |I_2| \cos \theta_2 + X_{eq} |I_2| \sin \theta_2}{V_2 = V_{nam}}$$

برای حالت دوم:

$$V.R \approx \frac{R_{eq} |I_2|}{V_2 = V_{nam}}$$

برای حالت سوم:

$$V.R \approx \frac{R_{eq} |I_2| \cos \theta_2 - X_{eq} |I_2| \sin \theta_2}{V_2 = V_{nam}}$$

که θ_2 به بار و R_{eq}, Z_{eq}, X_{eq} مربوط به ترانس است.

شرط رگولاسیون ولتاژ حداکثر:

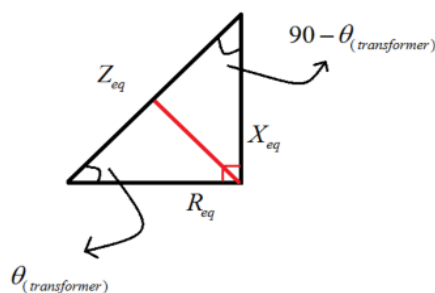
اولاً بار باید پسفاز باشد. از رابطه $V.R$ تحت شرایط بار پسفاز نسبت به θ_2 مشتق می‌گیریم. چون می‌خواهیم مقدار $V.R$ زیاد شود با فرض ثابت بودن I_2 نسبت به θ_2 مشتق می‌گیریم. مثلث امپدانس برای ترانس:

$$\frac{d(V.R)}{d\theta_2} = 0 \Rightarrow -R_{eq} I_2 \sin \theta_2 + X_{eq} I_2 \cos \theta_2 = 0$$

$$R_{eq} X_2 \sin \theta_2 = X_{eq} X_2 \cos \theta_2$$

$$\tan \theta_2 (Z) = \frac{X_{eq} (transformer)}{R_{eq} (transformer)} = \tan \theta_{(transformer)}$$

$$\theta_{(Z)} = \theta_{(transformer)}$$



ثانیاً I را نگویند چیست، I نامی است.

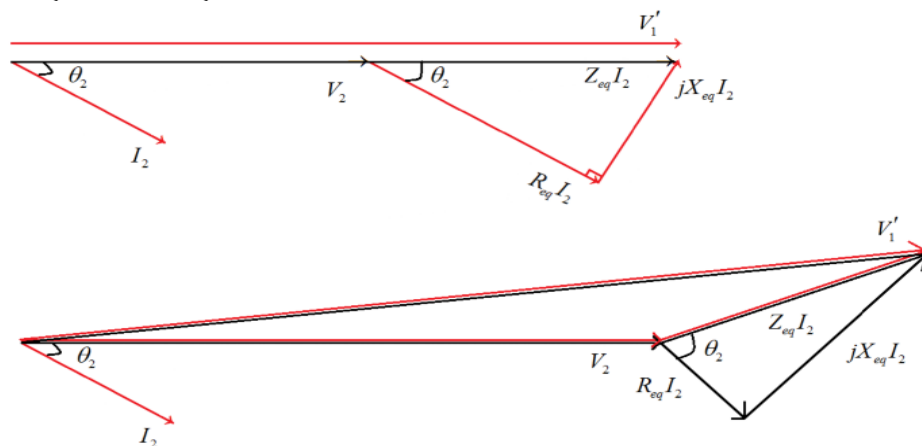
$$V.R_{MAX} = \frac{R_{eq} I_2 \cos \theta_{(transformer)} + X_{eq} I_2 \sin \theta_{(transformer)}}{V_{nam}}$$

$$= \frac{I_2}{V_{nam}} (R_{eq} \cos \theta_{(transformer)} + X_{eq} \sin \theta_{(transformer)}), \quad R_{eq} \cos \theta_{(transformer)} + X_{eq} \sin \theta_{(transformer)} = Z_{eq}$$

$$V.R_{MAX} = \frac{Z_{eq} I_2}{V_{nam}}$$

رابطه‌های اولیه تقریبی است ولی اثبات می‌کنیم که $V.R_{MAX}$ هیچ تقریبی ندارد (البته انتقال شاخه شنت موجود است) $V.R$ وقتی حداکثر است که V_1' حداکثر شود. (V_2 را ثابت فرض کردیم) (اثبات) از لحاظ هندسی V_{1max}' هم‌راستا با V_2 است لذا داریم:

$$V_1' = V_2 + R_{eq} I_2 + jX_{eq} I_2 = V_2 + Z_{eq} I_2$$



اولاً توانستیم روابطی که از مشتق‌گیری بدست آمد را بدون مشتق‌گیری اثبات کنیم. ثانیاً اگرچه رابطه رگولاسیون ولتاژ که از مشتق گرفتیم در حالت کلی رابطه‌ای تقریبی بود ولی در حالت رگولاسیون ولتاژ حداکثر به این دلیل که مؤلفه‌های عمودی یکدیگر را خنثی می‌کنند، رابطه بالا تقریبی نیست. ثالثاً مقدار رگولاسیون ولتاژ از این شکل هندسی مشخص است:

$$V.R_{MAX} = \frac{V_1' - V_2}{V_2} = \frac{Z_{eq} I_2}{V_{nam}}$$

شرط $V.R = 0$

اولاً باید بار پیش‌فاز باشد چون اینکه اندازه $V_1' = V_2$ تا در صورت عبارت از یکدیگر کم شوند تا حاصل صفر شود و ثانیاً:

$$V.R_{MAX} = \frac{R_{eq} I_2 \cos \theta_2 - X_{eq} I_2 \sin \theta_2}{V_2}$$

$$R_{eq} I_2 \cos \theta_2 - X_{eq} I_2 \sin \theta_2 = 0$$

$$\tan \theta_2 = \frac{R_{eq}}{X_{eq}}$$

$$\tan \theta_2 = \cot \theta_{(transformer)}$$

یعنی اینکه $\theta_2, \theta_{(transformer)}$ متمم هم باشند.

این رابطه رابطه‌ای دقیق نیست زیرا مؤلفه‌های عمودی هم را خنثی نمی‌کنند بلکه با هم جمع هم می‌شوند ولی با تقریب خوبی قابل استفاده است.

اگر در مرحله طراحی ترانس بخواهیم ترانسی با رگولاسیون ولتاژ کمی داشته باشیم باید R_{eq}, X_{eq} خیلی کوچک باشند که در این صورت جریانی که در صورت ایجاد اتصال در ترانس برقرار می‌شود هم بسیار زیاد است و هم نرخ رشد جریان شدید می‌شود و حفاظتش سخت می‌شود.

۹۰/۸/۱۲ جلسه هشتم

سیستم پریونیت (برواحد - یکه) (Per Unit (PU))

$$\frac{\text{مقدار واقعی کمیت}}{\text{مقدار مبنا (base)}} = \text{مقدار کمیت بر حسب پریونیت}$$

کمیات اصلی در سیستمهای قدرت:

ولتاژ، جریان، توان $S \rightarrow Q, P$ ، امپدانس $Z \rightarrow X, R$

انتخاب مبنا اختیاری است ولی معمولاً مقدار مبنا را برابر مقدار نامی کمیت قرار می‌دهند (یعنی اگر کمیتی PU بود یعنی برابر است با مقدار نامی‌اش)

از بین این چهار کمیت، دو کمیت انتخابی است و دو کمیت دیگر از روی دو کمیت قبل بدست می‌آید. که به ۶ طریق می‌توان انتخابات را انجام داد که در قدرت، ولتاژ و توان انتخاب می‌شوند و امپدانس و جریان محاسبه می‌شوند.

$$\left. \begin{matrix} V_{base} \\ S_{base} \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{cases} S_{base} = P_{base} = Q_{base} \\ Z_{base} = X_{base} = R_{base} \\ I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}} \\ Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} \end{cases}$$

تبدیل مبنا

فرض کنید امپدانس Z در سیستم یک (با S_{b1}, V_{b1}) برابر Z_1^{PU} باشد و همین امپدانس در سیستم دو (با S_{b2}, V_{b2}) برابر Z_2^{PU} باشد در این صورت داریم:

$$Z = Z_1^{PU} Z_{b1} = Z_2^{PU} Z_{b2} \Rightarrow Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_{b1}}, Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_{b2}} \Rightarrow Z_2^{PU} = Z_1^{PU} \frac{Z_{b1}}{Z_{b2}} = Z_1^{PU} \left(\frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right)^2 \frac{S_{b2}}{S_{b1}}$$

مشکل موجود در ترانس بحث ارجاع امپدانس‌ها است در حالی که با مقدار PU می‌توان این مشکل را حل کرد.

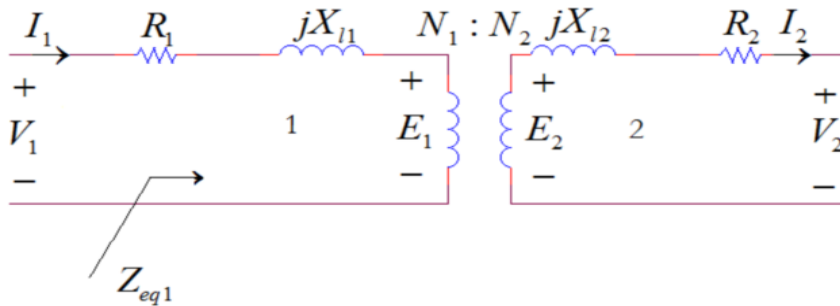
$$\frac{V_{b1}}{V_{b2}} = \frac{N_1}{N_2} \quad V_{b1} = V_1, \quad V_{b2} = V_2$$

اثبات می‌کنیم که امپدانس‌هایی که از ثانویه به اولیه دیده می‌شود با هم برابر است.

$$Z_{eq1} = R_1 + jX_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 (R_2 + jX_2) \quad , \quad Z_{eq2} = R_2 + jX_2 + \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 (R_1 + jX_1) = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 Z_{eq1}$$

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_{b1}} \quad , \quad Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_{b2}} \Rightarrow \frac{Z_{b1}}{Z_{b2}} = \left(\frac{V_{b1}}{V_{b2}}\right)^2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \quad , \quad Z_{eq}^{PU_1} = \frac{Z_{eq1}}{Z_{b1}} = \frac{Z_{eq2}}{Z_{b2}} = Z_{eq}^{PU_2}$$

$$\frac{R_1 + jX_1}{Z_{b1}} + \frac{R_2 + jX_2}{Z_{b2}} = \frac{R_1 + jX_1}{Z_{b1}} + \frac{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 (R_2 + jX_2)}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_{b2} (= Z_{b1})} = \frac{R_1 + jX_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 (R_2 + jX_2)}{Z_{b2}} = Z_{eq}^{PU}$$



در نسبت ولتاژهای V_b باید دقت شود و همچنین S_b در همه برابر است و همه امپدانس‌های دیده شده از هر ناحیه با هم برابر است.

برای بدست آوردن مقدار واقعی جریان هر منطقه باید مقدار PU جریان را در مقدار $base$ ضرب کنیم.

مزیت‌های پریونیت کردن:

۱) مقدار بدست آمده برای همه پارامترها همه نزدیک یک است که در صورتی عددی بیشتر از یک بدست آمد یا اشتباهی رخ داده یا مقدار آن پارامتر نامتعارف است.

۲) از دیدگاه محاسبه اگر در یک سیستم با اعداد بزرگ باشد کار محاسبه ساده‌تر می‌شود.

۳) بحث ارجاع امپدانس‌ها بی‌معنی می‌شود.

نکته: در آزمایش اتصال کوتاه اگر جریان نامی باشد در این صورت ولتاژ و امپدانس PU با هم برابرند ولی اگر ترانس با ولتاژ نامی کار کند و ثانویه اتصال کوتاه شود در این صورت جریان مقدار شدیدی دارد که برحسب PU برابر

$$\frac{1}{Z_{eq}^{PU}} \text{ است.}$$

مثال: هدف: بدست آوردن $V.R$ برحسب پریونیت.

$$V_{rate2} = V_{b2} = Z_{b2} I_{b2}$$

$$V.R = \frac{R_{eq2} I_2 \cos \theta_2 \pm X_{eq2} I_2 \sin \theta_2}{V_2} = \frac{\frac{R_{eq2}}{Z_{b2}} \times \frac{I_2}{I_{b2}} \cos \theta_2 \pm \frac{X_{eq2}}{Z_{b2}} \times \frac{I_2}{I_{b2}} \sin \theta_2}{\frac{V_2}{V_{b2}}} = \frac{R_{eq}^{PU} I_2^{PU} \cos \theta_2 \pm X_{eq}^{PU} I_2^{PU} \sin \theta_2}{1^{PU}}$$

$$V.R = R_{eq}^{PU} I_2^{PU} \cos \theta_2 \pm X_{eq}^{PU} I_2^{PU} \sin \theta_2 \Rightarrow V.R_{nam} = R_{eq}^{PU} \cos \theta_2 \pm X_{eq}^{PU} \sin \theta_2 \Rightarrow \begin{cases} V.R_{max} = \frac{Z_{eq2}^{PU} (I_2 = 1^{PU})}{V_2 = 1^{PU}} \\ \theta_{(transformer)} = \theta_2 \end{cases}$$

مقدار حداکثر رگولاسیون ولتاژ ترانس در بار نامی برابر است با اندازه امپدانس سری (Z_{shunt}) برحسب پریونیت. (فرض بر این است که مقادیر مبنا برابر با مقادیر نامی اختیار شده است.)

در آز اتصال کوتاه ایده آل آن است که جریان 1^{PU} باشد. اگر جریان دقیقاً برابر 1^{PU} نبود (جریان دقیقاً برابر جریان نامی نبود) در این صورت داریم:

$$P_{Cu nam} = \left(\frac{1}{I_{STC}^{PU}} \right)^2 \times \text{قرائت واتمتر در آز اتصال کوتاه}$$

$$V_{STC}^{PU} = Z_{eq}^{PU} = V.R_{max}$$

نکته: در بار نامی داریم:

در آز اتصال کوتاه تلفات مسی (P_{Cu}) برابر با مقاومت سری ترانس برحسب پریونیت است. $P_{Cu} = R_{eq}^{PU}$

در آز مدار با ولتاژ نامی است (1^{PU}) بنابراین برای تلفات هسته بر حسب پریونیت داریم:

$$P_{Fe} = \frac{V^2}{R_C} \Rightarrow P_{Fe}^{PU} = \frac{1}{R_C^{PU}} = G_C^{PU}$$

یعنی کنداکتانس شاخه شنت برحسب پریونیت برابر با تلفات هسته برحسب پریونیت.

مثال: هدف) بدست آوردن η برحسب پریونیت.

$$V_{rate2} = V_{b2} = Z_{b2} I_{b2}$$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{\frac{V_2}{V_{b2}} \frac{I_2}{I_{b2}} \cos \theta_2}{\frac{V_2}{V_{b2}} \frac{I_2}{I_{b2}} \cos \theta_2 + \frac{P_{Fe}}{S_{b2}} + \frac{P_{Cu}}{S_{b2}}} \\ &= \frac{V_2^{PU} (=1^{PU}) I_2^{PU} \cos \theta_2}{V_2^{PU} (=1^{PU}) I_2^{PU} \cos \theta_2 + P_{Fe}^{PU} (=G_C^{PU}) + P_{Cu}^{PU} (=R_{eq}^{PU} I_2^{2 PU})} \\ \eta_{max} &= \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_2 + G_C^{PU} + R_{eq}^{PU}} \end{aligned}$$

شرط راندمان حداکثر تحت ضریب قدرت ثابت:

$$\left. \begin{aligned} P_{Fe} &= P_{Cu} \\ P_{Fe}^{PU} &= P_{Cu}^{PU} \\ P_{Fe}^{PU} &= R_{eq}^{PU} I_{\eta_{max}}^{2PU} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_{\eta_{max}}^{PU} = \sqrt{\frac{P_{Fe}^{PU}}{R_{eq}^{PU}}} \Rightarrow I_{\eta_{max}}^{PU} = \sqrt{\frac{G_C^{PU}}{R_{eq}^{PU}}}$$

۹۰/۸/۱۸ جلسه نهم

مثال: وقتی اولیه یک ترانس در ولتاژ نامی $11KV$ و فرکانس $50Hz$ تحریک می شود در حالت بی باری جریان $3.7A$ و توان $2400W$ را جذب می کند. ترانس دیگری هم وجود دارد که تمامی ابعاد هسته آن $\sqrt{2}$ برابر ترانس قبلی است تعداد دور اولیه و ثانویه، نوع جنس هسته و ضخامت ورقه ها در هر دو یکسان است اگر اولیه ترانس دوم توسط منبع $22Kv, 50Hz$ تغذیه شود جریان بی باری و قدرت جذب شده توسط آن چقدر است؟

$$l_{mean_{new}} = \sqrt{2} l_{mean_{old}} \quad A_{C_{new}} = 2 A_{C_{old}} \quad V_{Core_{new}} = 2\sqrt{2} V_{Core_{old}}$$

کافی است تحقیق کنیم R_C, X_m جدید چه رابطه ای با R_C, X_m قدیم دارند.

$$X_m = \frac{N^2}{R_C} \omega, R_C = \frac{l}{\mu_C A_C}$$

$$R_{C_{new}} = \frac{1}{\sqrt{2}} R_{C_{old}} \Rightarrow X_{m_{new}} = \sqrt{2} X_{m_{old}}$$

$$P_C = P_f + P_h = K_f f^2 B_{max}^2 + K_h f B_{max}^{n=2}, \quad K_f, K_h \propto V_{Core} \Rightarrow \begin{cases} K_{f_{new}} = 2\sqrt{2} K_{f_{old}} \\ K_{h_{new}} = 2\sqrt{2} K_{h_{old}} \end{cases}$$

$$E = 4.44 f N A_C B_{max} \Rightarrow \frac{B_{max_{new}}}{B_{max_{old}}} = \frac{E_{new}}{E_{old}} \times 1 \times 1 \times \frac{A_{C_{old}}}{A_{C_{new}}} = 1$$

$$P_{C_{new}} = 2\sqrt{2} P_{C_{old}} \Rightarrow P_{C_{new}} = 2\sqrt{2} \times 2400 = 6788 \Rightarrow \frac{P_{C_{new}}}{P_{C_{old}}} = \left(\frac{E_{new}}{E_{old}} \right)^2 \times \left(\frac{R_{C_{old}}}{R_{C_{new}}} \right) \Rightarrow \frac{R_{C_{old}}}{R_{C_{new}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow R_{C_{new}} = \sqrt{2} R_{C_{old}}$$

داده های آزمایش بی باری برای ترانس اول:

$$V_{OCT} = 11KV \quad I_{OCT} = 3.2A \quad P_{OCT} = 2400W$$

$$R_{C_{old}} = \frac{V_{OCT}^2}{P_{OCT}} = \frac{(11000)^2}{2400} = 50.417K\Omega, \quad R_{C_{new}} = \sqrt{2} R_{C_{old}} = 71.3$$

$$Y = \frac{I_{OCT}}{V_{OCT}} = \frac{3.2}{11000} = 2.9 \times 10^{-5}, \quad g_c = \frac{1}{R_C} = \frac{1}{50.417K\Omega} = 1.98 \times 10^{-5}$$

$$B = \sqrt{Y^2 - g_c^2} = 2.9 \times 10^{-4} \rightarrow X_{m_{old}} = \frac{1}{B} = 3445.52\Omega, \quad X_{m_{new}} = \sqrt{2} X_{m_{old}} = 4872.7$$

چون R_C, X_m هر دو به یک نسبت تغییر کرده اند بنابراین امپدانس ورودی نیز $\sqrt{2}$ برابر می شود.

$$I_{new} = \frac{V_{new}}{Z_{new}} = \frac{2V_{old}}{\sqrt{2}Z_{old}} = \sqrt{2} I_{old} = \sqrt{2} \times 3.2 = 4.53A$$

مثال: یک ترانس $50Hz, 11000V$ دارای چگالی شار 1.2 wb/m^2 و تلفات هسته برابر $3000W$ در ولتاژ و فرکانس نامی می باشد. حال تمامی ابعاد هسته دو برابر می شوند و تعداد دورهای سیم پیچ اولیه و ثانویه نصف می شوند. در نهایت ترانس جدید توسط منبع $50Hz, 22000V$ تغذیه می شود. هر دو ترانس دارای جنس ماده هسته یکسان و ضخامت ورق برابر می باشند. چگالی شار و تلفات هسته برای ترانس جدید چقدر است؟

$$L_m = \frac{N^2}{R_C} \rightarrow X_m = \frac{N^2}{R_C} \omega$$

$$R_C = \frac{l}{\mu_C A_C} \Rightarrow R_{C_{new}} = \frac{1}{2} R_{C_{old}}$$

$$X_{m_{new}} = \frac{1}{2} X_{m_{old}}$$

$$N_{new} = \frac{1}{2} N_{old} \quad , \quad A_{C_{new}} = 4 A_{C_{old}}$$

$$E = 4.44 f N A_C B_{max} \Rightarrow \frac{B_{max_{new}}}{B_{max_{old}}} = \frac{E_{new}}{E_{old}} \times 1 \times \frac{N_{old}}{N_{new}} \times \frac{A_{C_{old}}}{A_{C_{new}}} = 2 \times 1 \times 2 \times \frac{1}{4} = 1$$

$$K_f, K_h \propto V_{Core} \begin{cases} K_{f_{new}} = 8 K_{f_{old}} \\ K_{h_{new}} = 8 K_{h_{old}} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{Core_{new}}}{P_{Core_{old}}} = \frac{K_{f_{new}} f_{new}^2 B_{max_{new}}^2 + K_{h_{new}} f_{new} B_{max_{new}}^{n=2}}{K_{f_{old}} f_{old}^2 B_{max_{old}}^2 + K_{h_{old}} f_{old} B_{max_{old}}^{n=2}} = 8 \rightarrow P_{Core_{new}} = 24000W$$

$$\frac{P_{Core_{new}}}{P_{Core_{old}}} = \left(\frac{E_{new}}{E_{old}} \right)^2 \left(\frac{R_{C_{old}}}{R_{C_{new}}} \right) \Rightarrow \frac{R_{C_{old}}}{R_{C_{new}}} = 4 \quad , \quad R_{C_{old}} = 4 R_{C_{new}}$$

$$\frac{I_{new}}{I_{old}} = \frac{\frac{E_{new}}{R_{C_{new}}}}{\frac{E_{old}}{R_{C_{old}}}} = \frac{R_{C_{old}}}{R_{C_{new}}} \times \frac{E_{new}}{E_{old}} = 2 \times 2 = 4$$

$$B = \mu \frac{NI}{l} \Rightarrow \frac{B_{new}}{B_{old}} = 1 \times \frac{N_{new}}{N_{old}} \times \frac{I_{new}}{I_{old}} \times \frac{l_{old}}{l_{old}} = 1 \times \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$B_{new} = B_{old} = 1.2 \frac{\text{wb}}{\text{m}^2}$$

مثال: راندمان حداکثر یک ترانس تک فاز $500KVA, 3300/500v, 50Hz$ برابر 97% است و در $\frac{3}{4}$ بار کامل و ضریب قدرت واحد رخ می دهد. اگر امپدانس ترانس 10% باشد (یعنی 0.1^{PU}) ولتاژ مورد نیاز در آژ اتصال کوتاه 10% یا تنظیم ولتاژ حداکثر 0.1 است.) (مطلوب است محاسبه تنظیم ولتاژ در بار کامل و ضریب قدرت 0.8 پسفاز.

$$\eta = \frac{I_2^{PU} \cos \theta_2}{I_2^{PU} \cos \theta_2 + R_{eq}^{PU} (I_2^{PU})^2 + P_{Fe}^2} = \frac{I_2^{PU} \cos \theta_2}{I_2^{PU} \cos \theta_2 + 2g_C^{PU}}$$

$$0.97 = \frac{\frac{3}{4} \times 1}{\frac{3}{4} \times 1 + 2g_C^{PU}} \Rightarrow g_C^{PU} = 0.01159$$

$$I_{\max \eta}^{PU} = \sqrt{\frac{g_C^{PU}}{R_{eq}^{PU}}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \sqrt{\frac{0.01159}{R_{eq}^{PU}}} \Rightarrow R_{eq}^{PU} = 0.0206$$

$$Z_{eq}^{PU} = 0.1 \Rightarrow X_{eq}^{PU} = 0.0999$$

$$V.R = R_{eq}^{PU} \cos \theta_2 + X_{eq}^{PU} \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow V.R = 0.0206 \times 0.8 + 0.0999 \times 0.6 = 0.076 = \%7.6$$

مثال: در یک ترانس تک فاز با $S_n = 100KVA, U_K = (2+j3)\%$ ضریب توان ترانس تحت ولتاژ و فرکانس نامی در آزمایش بی باری برابر 0.25 می باشد اگر راندمان ترانس در ضریب قدرت 0.8 برابر بار نامی ماکزیمم گردد جریان بی باری نامی ترانس چند درصد جریان نامی آن می باشد.

U_K : امپدانس سری ترانس برحسب پریونیت پس:

$$Z_{eq_series}^{PU} = 0.02 + j0.03$$

$$\cos \theta_{nl} = 0.25, I_{\max \eta}^{PU} = 0.8^{PU}$$

$$I_{\max \eta}^{PU} = \sqrt{\frac{g_C^{PU}}{R_{eq}^{PU}}}$$

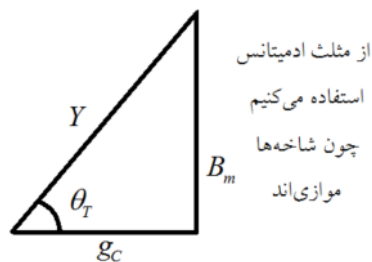
$$g_C^{pu} = R_{eq}^{PU} (I_{\max \eta}^{PU})^2 = 0.02(0.8)^2 = 0.0128^{PU}$$

$$R_C^{PU} = \frac{1}{g_C^{PU}} = 78.125^{PU}$$

$$\cos \theta_{nl} = \frac{g_C^{PU}}{Y^{PU}} \Rightarrow 0.25^{PU} = \frac{0.0128^{PU}}{Y^{PU}}$$

$$Y^{PU} = 0.0512$$

$$I_{nl}^{PU} = \frac{V^{PU}}{Z_{nl}} \Rightarrow I_{nl}^{PU} = Y^{PU} = 0.0512 = \%5.12$$



مثال: یک ترانس تک فاز 50Hz وقتی که به منبع $16\text{V}, 50\text{Hz}$ متصل می‌شود جریان اتصال کوتاه 30A را در ضریب قدرت 0.2 پسفاز می‌کشد. هنگامی که همین ترانس توسط منبع $16\text{V}, 25\text{Hz}$ تغذیه می‌شود جریان اتصال کوتاه چقدر است؟

R_{eq} با صرف نظر کردن از اثر پوستی ثابت می‌ماند و L_{eq} نیز ثابت می‌ماند اما X_{eq} به دلیل نصف شدن فرکانس نصف می‌شود. از آنجا داریم:

$$V_{SCT} = 16\text{V} \quad I_{SCT} = 30\text{A}$$

$$\cos \theta_2 = 0.2 \Rightarrow P_{SCT} = VI \cos \theta_2 = 16 \times 30 \times 0.2 = 96\text{W}$$

$$R_{eq} = \frac{P_{SCT}}{I_{SCT}^2} = \frac{96}{(30)^2} = 0.107\Omega$$

$$Z_{eq} = \frac{V_{SCT}}{I_{SCT}} = \frac{16}{30} = 0.533$$

$$X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2} = 0.522$$

دقت شود که همانطور که بیان شد X_{eq} به R_{eq} غلبه دارد و برخی مواقع می‌توان از R_{eq} صرف نظر کرد.

$$X_{eq_{new}} = \frac{1}{2} X_{eq_{old}} = 0.261$$

$$R_{eq_{new}} = R_{eq_{old}} = 0.107$$

$$Z_{eq_{new}} = \sqrt{R_{eq_{new}}^2 + X_{eq_{new}}^2} = 0.282$$

$$I_{SCT_{new}} = \frac{16}{0.282} \rightarrow I_{SCT_{new}} = 56.73\text{A}$$

نتایج آزمون مدار باز و اتصال کوتاه یک ترانس $2200/220\text{V}$, 24KVA به شرح زیر می‌باشد، چه مقدار توان اکتیو از ترمینال 220V ترانس کشیده شود تا رانددمان ترانس حداکثر شود.

$$\text{مدار باز: } V = 220\text{V} \quad I = 9.5\text{A} \quad P = 460.8\text{W}$$

$$\text{اتصال کوتاه: } V = 175\text{V} \quad I = 10.9\text{A} \quad P = 720\text{W}$$

با توجه به داده‌های بالا آزمایش مدار باز در سمت LV و آزمایش اتصال کوتاه در سمت HV و می‌توان گفت که آزمایش‌ها در سمت مناسبی صورت گرفته است.

$$PF = 1 \Rightarrow P = S, P_{Fe} = P_{Cu}$$

$$I_{LV} = \frac{S}{V} = \frac{24000}{220} = 109.9\text{A}$$

$$I_{\eta_{\max}} = 109.9 \sqrt{\frac{460}{720}} = 109.9 \times 0.8 = 87.92$$

$$P = VI \cos \theta = 220 \times 109.9 \times 0.8 = 19342.4$$

مثال: در یک ترانس تک‌فاز و تنظیم ولتاژ صفر در ضریب توان 0.9 پیش‌فاز اتفاق می‌افتد، در حالی که تنظیم ولتاژ حداکثر ممکن 4% است. تنظیم ولتاژ را در ضریب توان 0.8 پس‌فاز تعیین کنید. اگر تلفات اهمی 174KW باشد KVA نامی ترانس را بیابید.

$$R_{eq}^{PU} = P_{Cu FL}^{PU} = \frac{P_{CFL}}{S_b = S_{nam}}, V.R_{max} = Z_{eq}^{PU} = 0.04$$

$$\theta_{(transformer)} + \theta_2 = 90 \Rightarrow \cos \theta_2 = 0.9 = \frac{X_{eq}}{Z_{eq}} = \sin \theta_{(transformer)} \Rightarrow 0.9 = \frac{X_{eq}}{0.04} \Rightarrow X_{eq} = 0.036^{PU}$$

$$R_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - X_{eq}^2} = \sqrt{(0.04)^2 - (0.036)^2} = 0.0174^{PU}$$

$$P_{Cu FL}^{PU} = 0.0174 = \frac{P_{Cu FL}}{S_b} \left\{ \begin{array}{l} P_{Cu FL} = 174W \\ then : S_b = \frac{P_{Cu FL}}{P_{Cu FL}^{PU}} = \frac{174}{0.0174} = 10KVA \end{array} \right.$$

$$V.R = R_{eq}^{PU} \cos \theta_2 + X_{eq}^{PU} \sin \theta_2 = 0.0174 \times 0.8 + 0.036 \times 0.6 = 7$$

مثال: ترانس توزیع $23/11KV, 50KVA, 60Hz$ مفروض است. اگر این ترانس در شبکه $50Hz$ بهره‌برداری شود مقادیر نامی چقدر است؟

برای ثابت ماندن نقطه کار مغناطیسی در نمودار $B-H$ باید:

$$B_{max_{new}} = B_{max_{old}}, \quad \frac{V}{f} = cte$$

لذا داریم:

$$23KV \rightarrow 23 \times \frac{50}{60} KV$$

$$11KV \rightarrow 11 \times \frac{50}{60} KV$$

$$S = VI$$

$$S_{new} = \frac{50}{60} S_{old}$$

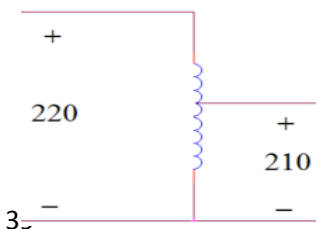
مثال: حداکثر مقدار ممکن برای بازده ترانس تک‌فازی با امپدانس معادل $Z_{eq}^{PU} = 0.02 + j0.02$ برابر 97% است این باز تحت چه ضریب توان بار و چه مقدار بار حاصل می‌شود.

$$R_{eq}^{PU} = 0.02, \eta_{max} = 0.97$$

$$\left. \begin{array}{l} \eta = \frac{I_2^{PU} \cos \theta_2}{I_2^{PU} \cos \theta_2 + R_{eq}^{PU} I_2^{2PU} + G_C^{PU}} \\ I_{\eta max} = \sqrt{\frac{G_C^{PU}}{R_{eq}^{PU}}} \end{array} \right\} \Rightarrow 0.97 = \frac{\sqrt{\frac{G_C^{PU}}{0.02}}}{\sqrt{\frac{G_C^{PU}}{0.02}} + 2G_C^{PU}} = \frac{I_{\eta max}}{I_{\eta max} + 2R_{eq}^{PU} I_{\eta max}^{2PU}} \Rightarrow I_{\eta max} = 0.77^{PU}$$

۹۰/۸/۱۹ جلسه دهم

اتوترانس (ترانس صرفه)



ترانسی که در آن قسمتی از سیم‌پیچ در هر دو مدار اولیه و ثانویه مشترک باشد، اتوترانس نامیده می‌شود. در ترانس دو سیم‌پیچ اولیه و ثانویه از لحاظ الکتریکی نسبت به یکدیگر عایق

می‌باشند، در حالی در یک اتوترانس دو سیم‌پیچ اولیه و ثانویه از لحاظ الکتریکی به هم اتصال دارند. در اتوترانس معمولاً نسبت ولتاژ نزدیک به یک است.

مقایسه اتوترانس با مقسّم ولتاژ مقاومتی (پتانسیومتر)

در نگاه اول اتوترانس همانند مقسّم ولتاژ مقاومتی است ولی دارای تفاوت‌های زیر هستند:

(۱) راندمان اتوترانس از مقسّم ولتاژ مقاومتی بیشتر است.

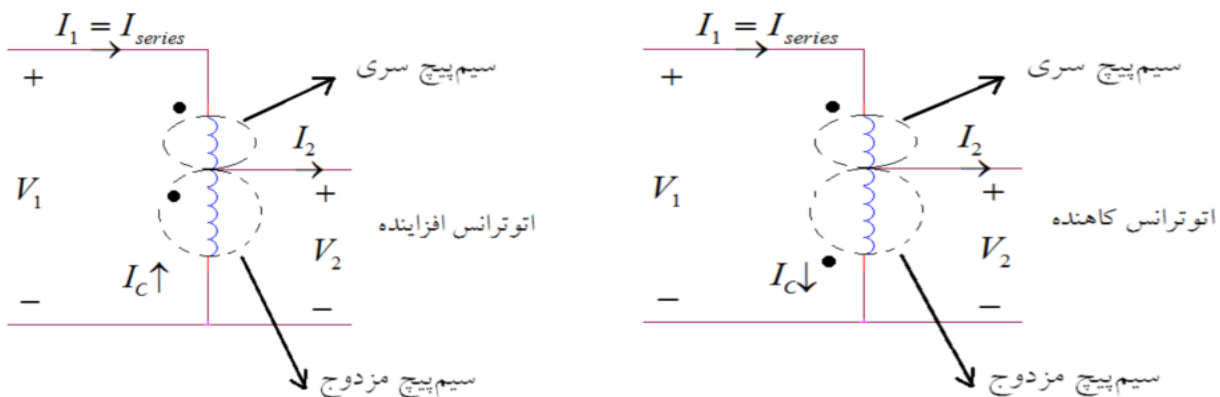
(۲) هزینه تولید مقسّم ولتاژ مقاومتی کمتر است.

(۳) اتوترانس تنها در حالت ac کار می‌کند ولی مقسّم ولتاژ مقاومتی در دو حالت ac, DC کار می‌کند.

(۴) مقسّم ولتاژ مقاومتی همواره ولتاژ را کاهش می‌دهد ولی اتوترانس افزایشده ولتاژ را افزایش می‌دهد.

(۵) مقسّم ولتاژ مقاومتی همواره باعث کاهش جریان است ولی اتوترانس کاهشده جریان را افزایش می‌دهد.

(۶) در مقسّم ولتاژ مقاومتی تمام توان از طریق هدایت الکتریکی ($Conduction$) منتقل می‌شود ولی در اتوترانس قسمتی از توان از طریق هدایت الکتریکی و قسمت دیگر توان از طریق القای مغناطیسی ($Induction$) انتقال می‌یابد.



کاربردهای اتوترانس

(۱) تبدیل ولتاژهایی که نسبت تبدیل برای آن‌ها می‌خواهیم نزدیک به یک باشد.

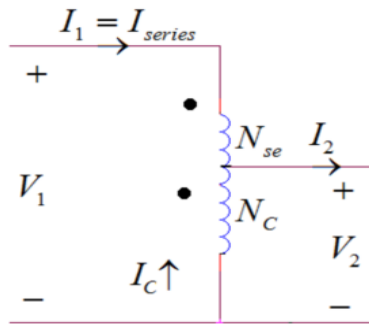
(۲) با کمک اتوترانس می‌توان نسبت تبدیل متغیر هم داشت مثل استفاده در خطوط انتقال برای رفع افت ولتاژ یا افزایش ولتاژ

(۳) در راه‌اندازی موتور (ژنراتور)‌های القایی که جریان زیادی را در راه‌اندازی می‌کشند به طوری که با دادن ولتاژ کم به زیاد بوسیله اتوترانس جریان راه‌اندازی را کنترل می‌کنیم.

اتوترانس را فعلاً ایده‌آل فرض می‌کنیم.

یک جریان از dot وارد می‌شود (بالا) پس جریان دیگر باید از dot خارج شود.

روابط ولتاژ و جریان اتوترانس (برای یکی از حالت‌ها بیان می‌شود و بقیه حالت‌ها مطالعه شود).



$$\left. \begin{aligned} V_{se} &= N_{se} \frac{d\phi}{dt} \\ V_C &= N_C \frac{d\phi}{dt} = V_2 \\ V_1 &= (N_C + N_{se}) \frac{d\phi}{dt} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_{se} + N_C}{N_C}$$

رابطه جریان‌ها:

روش اول از رابطه بقای انرژی

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_C}{N_C + N_{se}}$$

روش دوم

قرارداد: جریان به dot وارد شد mmf مثبت تولید می‌شود.

$$\sum mmf = R\phi = 0$$

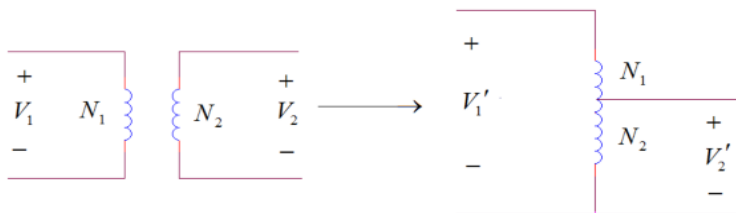
$$\sum mmf = N_{se} I_1 - N_C I_C = 0$$

$$N_{se} I_1 = N_C I_C$$

$$kcl: I_1 + I_C = I_2 \Rightarrow I_C = I_2 - I_1$$

$$N_{se} I_1 = N_C (I_2 - I_1) \Rightarrow (N_{se} + N_C) I_1 = N_C I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_C}{N_C + N_{se}}$$

فرض کنیم یک ترانس دو سیم‌پیچ با مقدار $S_{nam} = S_1$ داشته باشیم و آن را تبدیل کنیم به یک اتوترانس در این صورت مقدار KVA نامی افزایش خواهد داشت.

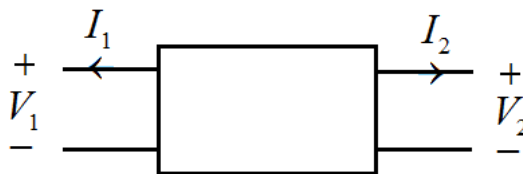


$$N_1 \ll N_2 \Leftrightarrow (N_{se} \ll N_C) \text{ معمولاً}$$

توجیه فرض بالا: در اتوترانس مقداری از توان از طریق القای مغناطیسی ($Induction$) منتقل می‌شود و مقداری از طریق هدایت الکتریکی ($Conduction$)، در صورتی که در ترانس معمولی تمام توان از طریق ($Induction$) منتقل می‌شود.

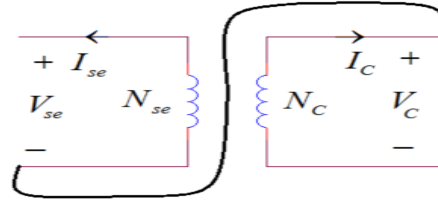
$$S_{At} = V_1 I_1 = V_2 I_2$$

$$S_t = V_{se} (I_{se} = I_1) = (V_C = V_2) I_C$$



حال اولیه و ثانویه ترانس به هم اتصال پیدا کند.

$$S_{At} - S_t = S_{\text{Conductivity}} = V_1 I_1 - V_{se} I_{se} = (V_1 - V_{se}) I_1 = V_C I_1$$



توجه شود بیشتر توان منتقل شده در اتوترانس از طریق هدایتی (هدایت الکتریکی) منتقل می شود.

مزیت توان اتوترانس

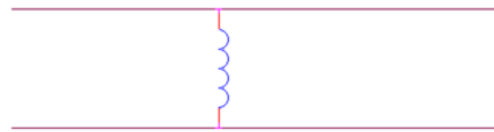
$$\frac{S_{At}}{S_t} = \frac{V_1 I_1}{V_{se} I_1} = \frac{V_1}{V_{se}} = \frac{N_C + N_{se}}{N_{se}}$$

هرچه N_{se} کوچکتر باشد مزیت توان بیشتر است.

حالت حدی هم این است که $N_{se} = 0$ باشد، در این صورت ترانس کار خاصی انجام نمی دهد و هر مقدار می توان بخواهیم می توانیم از لحاظ تئوری منتقل کنیم و مقادیر نامی هم مشکلی پیدا نخواهد کرد ولی در عمل این کار صورت نمی گیرد. از نظر تئوری داریم:

$$\frac{V_2 I_2}{V_2 I_C} = \frac{I_2}{I_2 - I_1}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_C + N_{se}}{N_C} \Rightarrow \frac{I_2}{I_2 - I_1} = \frac{N_C + N_{se}}{N_{se}}$$



ترانس فوق کارایی ندارد چون نه ولتاژ تغییر می دهد و نه ایزولاسیون می کند.

مثال: اگر یک ترانس دو سیم پیچه را که مقاومت ظاهری (امپدانس) اتصال کوتاه آن (Z_{se}) برحسب پریونیت برابر Z_{eq}^{PU} باشد به صورت اتوترانس ببندیم، مقاومت ظاهری اتصال کوتاه اتوترانس برحسب پریونیت چقدر خواهد بود؟

$$Z_{eq} = Z_1 + Z \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2$$

$$V_1 = Z_1 I_1 + E_1 + V_2$$

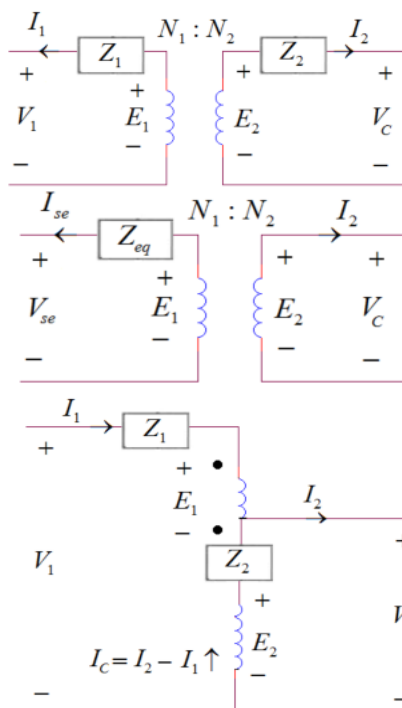
$$V_2 = -Z_2 I_C + E_2 \Rightarrow E_2 = V_2 + Z_2 I_C$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow E_1 = \frac{N_1}{N_2} E_2$$

$$N_1 I_1 = N_2 I_2 \rightarrow I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$

$$V_1 = Z_1 I_1 + \left(\frac{N_1}{N_2} \right) (V_2 + Z_2 \left(\frac{N_1}{N_2} I_1 \right)) + V_2$$

$$V_1 = I_1 \left(Z_1 + Z_2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \right) + V_2 \left(\frac{N_1 + N_2}{N_2} \right)$$



این رابطه نشان می‌دهد امپدانس Z_2 از دید اولیه ارجاع داده شده به اولیه است.

$$Z_{eq} = Z_1 + \left[\left(\left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_2 \right) \right] = Z'_2$$


نتیجه اینکه اگر ترانس دو سیم پیچه به صورت اتوترانس ببندیم مقاومت ظاهری اتصال کوتاه بر حسب پریونیت با مقاومت ظاهری اتصال کوتاه اتوترانس برابر خواهد بود.

مقادیر بیس (مبنا) برای ترانس:

$$V_1, S_t \rightarrow Z_{b(\text{transformer})} = \frac{V_1^2}{S_t}$$

مقادیر مبنا برای اتوترانس:

$$S_{At}, V_1 + V_2 = V_T \left(1 + \frac{N_2}{N_1} \right) \Rightarrow Z_{b_{At}} = \frac{V_1^2 \left(1 + \frac{N_2}{N_1} \right)^2}{S_t \left(1 + \frac{N_2}{N_1} \right)} = \frac{V_1^2}{S_t} \left(1 + \frac{N_2}{N_1} \right) = Z_{bt} \left(1 + \frac{N_2}{N_1} \right) \Rightarrow Z_{eq\ At}^{PU} = \frac{Z_{eq\ t}^{PU}}{1 + \frac{N_2}{N_1}}$$

$$N_2 = N_C, \quad N_1 = N_{se} \quad \text{که}$$

اتوترانس ایده‌آل نیست اما از بعضی از روابط اتوترانس ایده‌آل استفاده کردیم (چه رابطه‌هایی؟) مثل: شاخه شنتی که وجود ندارد (بی نهایت است)

$$\frac{I_C}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \sum mmf = R_C \phi_C \Rightarrow R_C = 0 \Rightarrow X_m = \infty$$

و رابطه بین E_1, E_2 (قانون القای فارادی) را از ترانس ایده‌آل نوشتیم.

درباره اینکه هرچه Z_{eq} بزرگ‌تر باشد بهتر است یا کوچک‌تر می‌توان گفت که هر چه Z_{eq} بزرگ‌تر باشد رگولاسیون ولتاژ خراب‌تر می‌شود و اگر Z_{eq} را خیلی کوچک بگیریم تا رگولاسیون ولتاژ خوب باشد اتصال کوتاه رخ می‌دهد که در این صورت ترانس بلافاصله می‌سوزد. در اینجا مشاهده می‌شود که اتوترانس نسبت به ترانسی که از ش ساخته شده به دلیل اینکه Z_{eq}^{PU} کوچک‌تری دارد از دیدگاه رگولاسیون ولتاژ مزیت دارد و از دیدگاه جریان اتصال کوتاه، جریان اتصال کوتاه اتوترانس شدیدتر خواهد بود.

توان

فرض کنید ترانسی دو سیم پیچه با N_1, N_2 دور داشته باشیم و از این ترانس، اتوترانسی بسازیم. اگر مقدار KVA نامی ترانس S_T و KVA نامی اتوترانس S_{At} باشد، انتظار داریم $S_{At} > S_T$ زیرا در اتوترانس قسمتی از توان توسط هدایت الکتریکی منتقل می‌شود ولی در ترانس معمولی تمام توان از طریق القای مغناطیسی انتقال می‌یابد.

مزیت توان

به نسبت $\frac{S_{At}}{S_T}$ مزیت توان نامی اتوترانس گفته می شود.

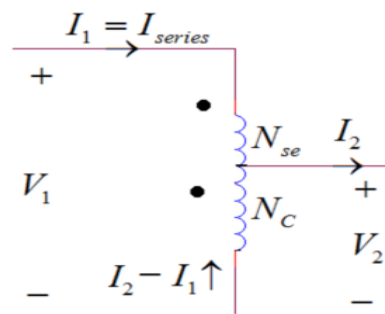
اگر S انتقال مغناطیسی در اتوترانس S_T باشد S انتقال الکتریکی در اتوترانس $S_{AT} - S_T$ می باشد.

$$S_{At} = V_1 I_1 = V_2 I_C$$

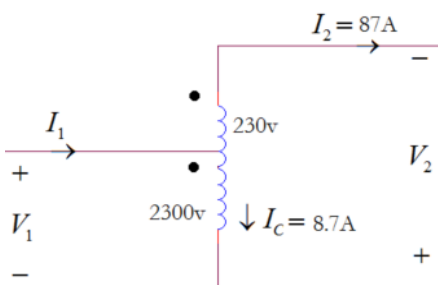
$$S_T = V_{se} I_{se} = V_C I_C \rightarrow \begin{cases} V_{se} = V_1 - V_C \\ I_{se} = I_1 \end{cases} \begin{cases} V_C = V_1 \\ I_C = I_C - I_1 \end{cases}$$

$$S_{Conductivity} = S_{At} - S_T = (V_1 I_1)(V_1 - V_2) I_1 = V_2 I_1 = V_C I_1$$

$$\frac{S_{At}}{S_T} = \frac{V_1 I_1}{S_T} = \frac{V_1 I_1}{(V_1 - V_C) I_1} = \frac{V_1}{V_1 - V_2} = \frac{V_1}{V_{se}} = \frac{N_C + N_{se}}{N_{se}}$$



مثال: از یک ترانس دو سیم پیچه $20KVA$, $2300/230V$ به عنوان یک اتوترانس افزایشده با منبع ولتاژ ثابت $2300V$ استفاده می شود. در بار کامل و ضریب قدرت واحد، قدرت های خروجی و هدایتی به ترتیب برابر با؟ در مثال قبل اگر راندمان ترانس دو سیم پیچ در بار کامل و ضریب قدرت 0.6 برابر 96% باشد راندمان اتوترانس در بار کامل در همان ضریب قدرت بدست آورید.



جریان های نامی عبارتند از:

$$\frac{20000}{2300} = 8.7 A, \quad \frac{20000}{230} = 87 A \Rightarrow I_C = 8.7 A, \quad I_2 = 87 A$$

$$kcl: I_1 = I_2 + I_C = 87 + 8.7 = 95.7 A$$

$$P.F = 1 \Rightarrow P_{out} = S_{At} = 2530 \times 87$$

$$P_{Conductivity} = S_{Conductivity} = S_{At} - S_t = 2530 \times 87 - 20000 \approx 200 KW$$

به صورت فرمولی:

$$S_{At} = 11 S_t = 11 \times 20^{KVA}$$

$$S_{Conductivity} = S_{At} - S_t = 11 S_t - S_t = 10 S_t = 200^{KVA}$$

راندمان در اتوترانس افزایش می یابد چون تلفات هسته و سیم پیچ تغییری نکرده است ولی توان انتقالی زیاد می شود.

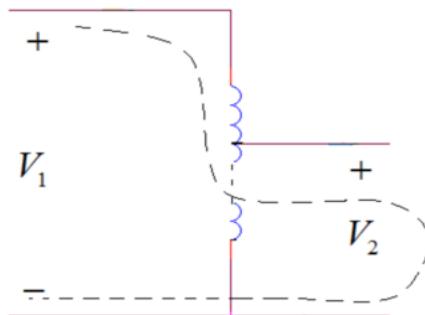
$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + \sum P_{loss}} \Rightarrow \sum P_{loss} = P_{out} \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right)$$

$$\eta_t = 96\% \rightarrow \sum P_{loss} = 20^{KW} \times 0.6 \left(\frac{1}{0.96} - 1 \right) = 0.5 KW$$

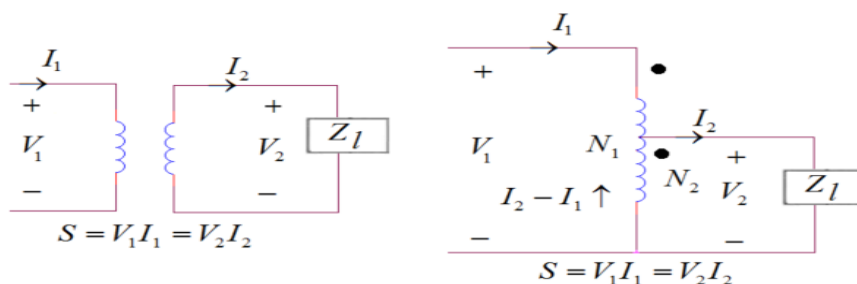
همین تلفات را در اتوترانس خواهیم داشت.

$$\eta_{At} = \frac{11 \times 20^{KW} \times 0.6}{11 \times 20^{KW} \times 0.6 + 0.5} = \%99.62$$

در حالت زیر عمل ترانس وجود ندارد باعث آسیب رسیدن به بار می شود بنابراین برای نسبت تبدیل هایی که خیلی با یک اختلاف دارند استفاده از اتوترانس به صرفه نیست. $V_1 = V_2$



صرفه جویی اتوترانس



به اتوترانس ترانس صرفه نیز می گویند به دلیل اینکه در مس مصرفی صرفه جویی می شود. اتوترانس را به دو صورت بدست می آوریم: (۱) از اتصال بین اولیه و ثانویه ترانس (۲) ساختن اتوترانس

در حالت اول در مس مصرفی صرفه جویی نمی شود زیرا تعداد دور سیم پیچ و سطح مقطع سیم تغییری نمی کند ولی در حالت دوم چون اتوترانس طراحی و ساخته می شود در نتیجه در مصرف مس صرفه جویی می شود.

$$SaI, NaI \rightarrow V_{Cu}' \alpha NI$$

$$Transformer \rightarrow V_{Cu}' \alpha N_1 I_2 + N_2 I_2 = 2N_1 I_1 = 2N_2 I_2$$

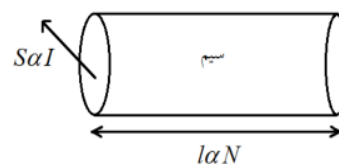
$$Atuo Transformer \rightarrow V_{Cu}' \alpha (N_1 - N_2) I_1 + N_2 (I_2 - I_1) = 2N_2 I_2 - 2N_2 I_1$$

در رابطه فوق ولتاژ را با تعداد دور طبق رابطه $V = N \frac{d\phi}{dt}$ متناسب قرار دادیم (در حالت ایده آل که چگالی شار، جنس هسته

و سطح مقطع ثابت است).

با توجه به روابط فوق داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_{Cu}^{AT}}{V_{Cu}^T} &= \frac{2N_2 I_2 - 2N_2 I_1}{2N_2 I_2} = 1 - \frac{I_1}{I_2} \\ N_1 I_1 &= N_2 I_2 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_2}{N_1} \end{aligned} \right\} = 1 - \frac{N_1}{N_2}$$



میزان صرفه جویی در مس:

اگر اتوترانس را طراحی کنیم صرفه جویی در مس خواهیم داشت.

$$\%the\ saving\ in\ Cu = \frac{Cu_T - Cu_{AT}}{Cu_T} \times 100 = \frac{N_2}{N_1} \times 100$$

رابطه فوق با فرض $N_1 > N_2$ است.

ترانس 500/400V با توان 10KVA و اتوترانسی با 500/400V و توان 10KVA میزان صرفه جویی 80% را خواهد داشت:

$$\%the\ saving\ in\ Cu = \frac{500}{400} \times 100 = \%80$$

اگر اتوترانس از همان ترانس ساخته شود صرفه جویی ندارد.

نسبت تبدیل هرچه بیشتر و نزدیک یک باشد بهتر و صرفه جویی بیشتر است.

اگر نسبت تبدیل در حد 1% باشد بهتر است از ترانس استفاده کنیم.

۹۰/۸/۲۷ جلسه یازدهم

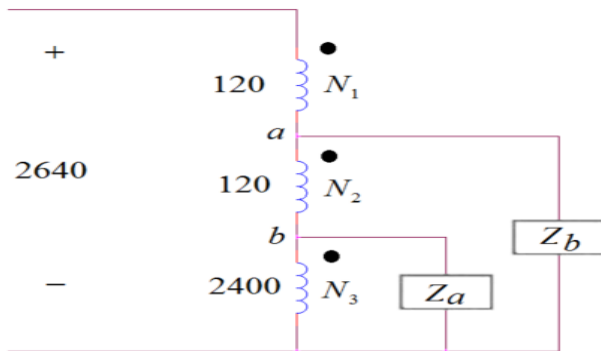
کویز دوم - گروه ۱

(۱) در اتوترانس ایده آل نشان داده شده در شکل زیر نسبت بین

امپدانس های هم فاز Z_a/Z_b چگونه انتخاب شود تا جریان

سیم پیچ ab برابر با صفر باشد؟

حل (۱)



$$I_2 = I_1 + I_{C1}, I_{C2} = I_3 - I_{C2}$$

$$Z_a = \frac{2400}{I_3}, \quad Z_b = \frac{2520}{I_2} \Rightarrow \frac{Z_a}{Z_b} = \frac{\frac{2400}{I_3}}{\frac{2520}{I_2}} = \frac{2400 \times (I_1 + I_{C1})}{2520 \times (I_{C2} - I_{C1})} \Rightarrow \text{if } I_{C1} = 0 \Rightarrow \frac{Z_a}{Z_b} = 0.95 \frac{I_1}{I_{C2}}$$

$$\frac{I_1}{I_{C2}} = \frac{I_1}{I_3}, \quad \sum mmf = 0 \Rightarrow N_1 I_1 + (N_2 + N_3) I_{C1} + N_3 I_3 = 0 \Rightarrow \frac{I_1}{I_3} = \frac{2400}{120} \Rightarrow \frac{Z_a}{Z_b} = 0.95 \times \frac{2400}{120} = 19$$

حل (۲) از روش جمع آثار

شکل مسئله را یک بار به صورت اتوترانسی با امپدانس بار Z_a در نظر می گیریم و بار دیگر با امپدانس بار Z_b فرض می کنیم

لذا خواهیم داشت:

$$I_2(a) = \frac{2400}{Z_a} \times \frac{N_3}{N_1 + N_2 + N_3} = \frac{2400^2}{2640} \times \frac{1}{Z_a}$$

$$I_2(b) = \frac{2520}{Z_b} \times \frac{N_2 + N_3}{N_1 + N_2 + N_3} \times \frac{N_1}{N_2 + N_3} = \frac{2520 \times 120}{2640} \times \frac{1}{Z_b}$$

$$I_2(a) = I_2(b) \rightarrow \frac{2400}{2640} \times \frac{1}{Z_a} = \frac{2520 \times 120}{2640 Z_b} \rightarrow \frac{Z_a}{Z_b} = \frac{2400^2}{2520 \times 120} = 19.05$$

۲) در یک ترانس تکفاز بازده حداکثر در نصف بار کامل رخ می‌دهد. تلفات بی‌باری ترانس $100W$ است. در صورتی که بازده در بار کامل از 80% بیشتر باشد، حداقل خروجی در بار کامل چند KW است؟

$$P_{Fe} = 100W$$

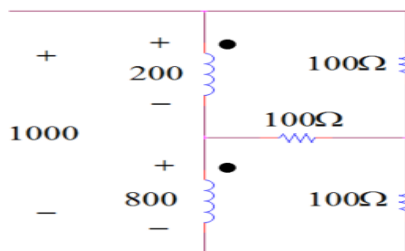
$$I = 0.5I_{nam} \rightarrow \eta_{max} \quad I_{nam} \rightarrow \eta > 0.8$$

$$0.8 < \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + P_{Fe} + (R_{eq2} I_2^2 = P_{Fe})} \Rightarrow V_2 I_2 \cos \theta_2 > (0.8) V_2 I_2 \cos \theta_2 + (0.8) 2P_{Fe} > 800W$$

کویزدوم - گروه ۲

۱) اتوترانس شکل زیر سه مقاومت 100Ω را تغذیه می‌کند. میزان توان انتقال یافته به واسطه هدایت الکتریکی را بدست آورید.

حل:



روش اول:

$$\begin{cases} 100I_1 + 100I_2 = 200 \\ 100(I_1 - I_2) - 800 - 100I_2 = 0 \end{cases} \rightarrow 100I_1 = 800 + 200I_2 = 200 - 100I_2$$

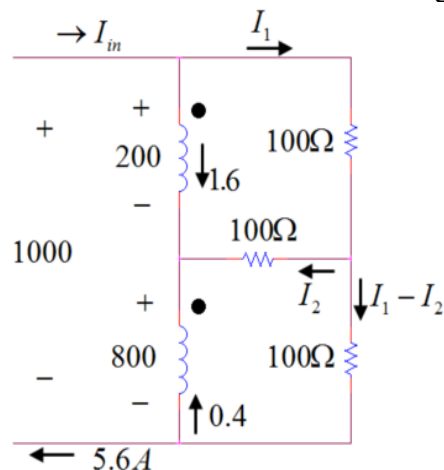
$$\Rightarrow 300I_2 = -600 \Rightarrow I_2 = -2A \rightarrow I_1 = 4A$$

$$\sum RI^2 = 100(16 + 4 + 36) = 5600W \rightarrow I_{in} = 5.6A$$

$$S_T = 200 \times 1.6 = 800 \times 0.4 = 320W$$

$$S_{AT} = 1000 \times 5.6 = 5600W$$

$$S_{Conductivity} = S_{AT} - S_T = 5600 - 320 = 5280W$$



روش دوم: اتصال مقاومت‌ها را مثلث فرض کنیم:

$$I_1 = 4I_2$$

$$I_1 + \frac{2}{3} + \frac{10}{3} = \frac{10}{3} + \frac{8}{3} - I_2 \Rightarrow I_1 + I_2 = \frac{8}{3} - \frac{2}{3} = 2A$$

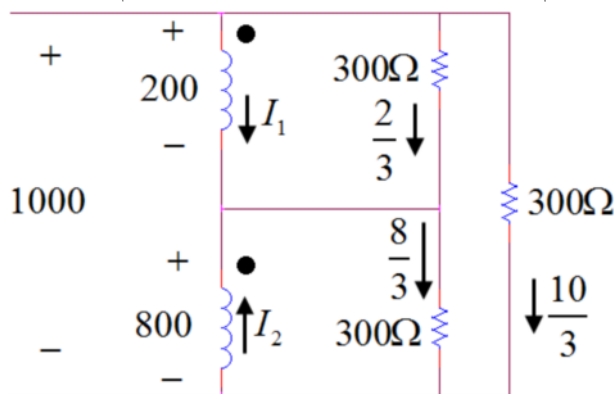
$$\Rightarrow 4I_2 + I_2 = 2A \Rightarrow I_2 = 0.4A, \quad I_1 = 1.6A$$

$$I_{in} = I_1 + \frac{2}{3} + \frac{10}{3} = 1.6 + \frac{2}{3} + \frac{10}{3} = 5.6A$$

$$S_T = 200 \times 1.6 = 800 \times 0.4 = 320W$$

$$S_{AT} = 1000 \times 5.6 = 5600W$$

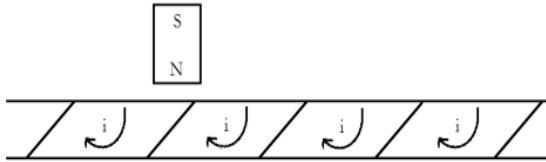
$$S_{Conductivity} = S_{AT} - S_T = 5600 - 320 = 5280W$$



۲) تفاوت‌های اتوترانس با مقسم ولتاژ مقاومتی و مزایا و معایب هر یک را بنویسید.

فصل دوم - ماشین های القایی سه فاز (آسنکرون) (Induction(Asynchronous)Machines)

ماشین های القایی در دو دسته موتور و ژنراتور هستند که ژنراتورهای القایی در نیروگاه های بادی و آبی کوچک مورد استفاده قرار می گیرند.



بررسی ماشین القایی

فرض می کنیم در ماشین القایی به جای حرکت دورانی حرکت خطی را داشته باشیم حال، آهن ربا و نردبان هادی زیر را در نظر بگیرید آهن ربا را حرکت می دهیم که فرض می کنیم اصطکاک بین آهن ربا و نردبان هادی ناچیز باشد. در این صورت در اثر حرکت نسبی بین آهن ربا و نردبان هادی ولتاژی درون نردبان هادی القا می شود ($e = LVB$). نردبان هادی که از شیارهایی تشکیل شده است، در اثر القای این ولتاژ جریانی به صورت چرخشی ایجاد می شود که از برهم کنش بین جریان و میدان طبق رابطه $F = LiB$ نیرو تولید می شود. این نیروی تولیدی به نردبان وارد شده و نردبان را در جهت آهن ربا به حرکت در می آورد (چرا؟). طبق قانون لنز نردبان هادی در جهتی شروع به حرکت می کند که کمترین ولتاژ و جریان در آن القا شود و زمانی این کار رخ می دهد که سرعت نسبی کم باشد بنابراین در جهت آهن ربا شروع به حرکت می کند. در حالت ماندگار (Steady State) با فرض اینکه هیچ اصطکاکی وجود نداشته باشد داریم:

$$\sum F = ma$$

در حالت ماندگار (Steady State) سرعت ثابت است بنابراین $a = 0$ است. و داریم:

$$F_e - F_f = 0$$

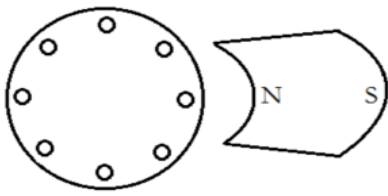
و چون در حالت ماندگار (Steady State) اصطکاک صفر است باید نیروی الکتریکی برابر با صفر است.

حال اگر برعکس بررسی کنیم:

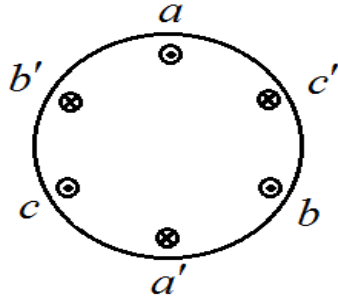
برای اینکه نیروی الکتریکی در حالت ماندگار (Steady State) صفر باشد باید جریان در حالت ماندگار (Steady State) صفر باشد و برای جریان صفر باید ولتاژ در حالت ماندگار (Steady State) صفر باشد یعنی اینکه سرعت نسبی در حالت ماندگار (Steady State) صفر باشد در نهایت باید سرعت نردبان هادی با آهن ربا برابر باشد.

سرعت سنکرون: اگر هیچ اصطکاکی وجود نداشته باشد و گشتاور بار هم وجود نداشته باشد لذا سرعت روتور را سرعت سنکرون می نامیم. هرکدام از این دو شرط وجود نداشته باشد سرعت سنکرون وجود ندارد چون در این صورت $\sum F$ برابر صفر نمی شود.

حال فرض فرض کنید حرکت دورانی باشد:



فرض کنید روتوری از تعدادی هادی از جنس *Al or Cu* تشکیل شده باشد و این هادی‌ها هم اتصال کوتاه شدند (شرایط نردبان هادی) و آهن ربایی به صورت زیر باشد که دارای سرعت مشخص (سنکرون) است. پس در اینجا هم از نظر مفهومی مشابه حرکت خطی است ولی نمی‌توانیم آهن‌ربا را حرکت دهیم در این صورت مطلب زیر را بیان می‌کنیم.



طریقه ایجاد میدان دوار (Rotating Field or Revolving Field)

قضیه میدان دوار: اگر به استاتور سه فاز متقارن، ولتاژهای سه فاز متعادل اعمال شود میدان دواری در فاصله هوایی شکل خواهد گرفت که: الف) سرعت آن ثابت است (سرعت سنکرون) ب) دامنه آن ثابت است. (که وابسته به دامنه ولتاژ اعمالی، تعداد دور سیم‌پیچ استاتور، مشخصه مغناطیسی، ضریب توزیع سیم‌پیچی و...)

در مقابل مشاهده می‌شود که تمام سیم‌های فازها در دو شیار قرار دارند در صورتی که در عمل به این شکل نیست که فضای بین فازها کاملاً خالی باشد بلکه به صورت توزیع شده و گسترده قرار دارند که مزیت‌های این کار عبارتند از: (۱) اثبات می‌کنیم شکل موجی که در حالت توزیع شده تولید می‌شود به سینوسی نزدیک‌تر است. (۲) یکی از عواملی که در میدان دوار مؤثر است همین است که فازها به چه شکلی توزیع شده باشند. (۳) به صورت اقتصادی‌تر از هسته آهن و هادی مسی استفاده می‌کنیم. (۴) گشتاور آرام و نرمی حاصل می‌شود.

ماشین رسم شده در بالا یک ماشین دو قطبی است که در این ماشین زاویه مکانیکی با زاویه الکتریکی طبق رابطه زیر با هم برابر است.

$$\theta_{elec} = \frac{P}{2} \theta_{mech} \rightarrow \theta_{elec} = \theta_{mech}$$

متقارن (Symmetrical): تعداد دور سه فاز مثل هم باشد (مقاومت‌ها، اندوکتانس‌ها و... باهم برابر) که یک ویژگی هندسی است.

متعادل (Balanced): تعادل برای ولتاژ و جریان بیان می‌شود پس یک ویژگی الکتریکی است. یعنی ولتاژ یا جریان‌ها با هم برابر با ۱۲۰ درجه اختلاف فاز یعنی:

$$V_a = V_m \sin \omega t \quad , \quad V_b = V_m \sin(\omega t - 120) \quad , \quad V_c = V_m \sin(\omega t + 120)$$

که اعمال می‌شود به امپدانس استاتور:

$$i_a = I_m \sin(\omega t + \phi) \quad , \quad i_b = I_m \sin(\omega t + \phi - 120) \quad , \quad i_c = I_m \sin(\omega t + \phi + 120)$$

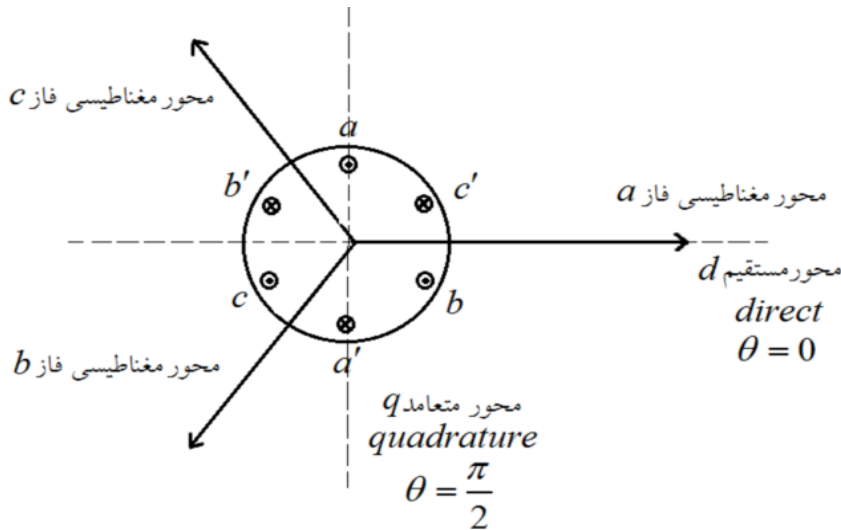
البته می‌توانیم برای راحتی محاسبات به صورت زیر بنویسیم:

$$i_a = I_m \sin \omega t \quad , \quad i_b = I_m \sin(\omega t - 120) \quad , \quad i_c = I_m \sin(\omega t + 120)$$

از روابط بالا مشاهده می‌شود که جریان‌ها فقط تابعیت زمانی دارند و تابعیت مکانی ندارند.

بدست آوردن چگالی شار مغناطیسی استاتور سه فاز

از شکل مقابل داریم:



$$H_a \rightarrow B_a(t, \theta) = K i_a \cos \theta$$

که ملاحظه می‌شود تابعیتی از زمان، مکان، جریان و ضربی (تعداد دور و...) دارد. همچنین داریم:

$$B_a(t, \theta) = K I_m \sin \omega t \cos \theta$$

$$B_b(t, \theta) = K I_m \sin(\omega t - 120) \cos(\theta + 120)$$

$$B_c(t, \theta) = K I_m \sin(\omega t + 120) \cos(\theta - 120)$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

$$B_a(t, \theta) = \frac{1}{2} K I_m [\sin(\omega t + \theta) + \sin(\omega t - \theta)]$$

$$B_b(t, \theta) = \frac{1}{2} K I_m [\sin(\omega t + \theta) + \sin(\omega t - \theta + 120)]$$

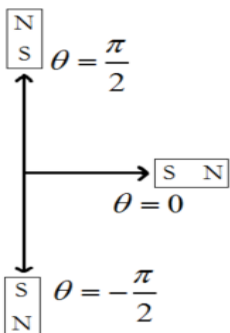
$$B_c(t, \theta) = \frac{1}{2} K I_m [\sin(\omega t + \theta) + \sin(\omega t - \theta - 120)]$$

$$B_{net} = B_{tot} = B_a(t, \theta) + B_b(t, \theta) + B_c(t, \theta) = \frac{3}{2} K I_m \sin(\omega t + \theta)$$

دلیل علامت جمع در زاویه $B_b(t, \theta)$: چون زاویه $\theta = -120$ ، بیشینه است برای اینکه این زاویه حداکثر شود باید مقدار \cos حداکثر شود یعنی یک شود که این مقدار در صورتی رخ می‌دهد که رابطه $\cos(\theta + 120)$ نوشته شود.

ادعا می‌کنیم که دامنه در عبارت فوق ثابت است.

B_{net} زمانی بیشترین مقدار خود را دارد که $\omega t + \theta = \frac{\pi}{2}$ پس خواهیم داشت:



$$t = 0 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}, \quad t = \frac{\pi}{2\omega} \rightarrow \theta = 0, \quad t = \frac{\pi}{\omega} \rightarrow \theta = -\frac{\pi}{2}$$

این یعنی اینکه یک میدان دوار وجود دارد در جهت ساعت‌گرد که با تغییر زمان اندازه میدان تغییر نمی‌کند یعنی می‌توان فرض کرد که آهن ربای ساکن دارد می‌چرخد.

سرعت چرخش میدان دوار ($\frac{rad}{sec}$):

برای ماشین دوقطبی:

چون سرعت در حالت ماندگار (*Steady State*) ثابت است می توان نوشت:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{-\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2\omega}} = -\omega$$

از منفی عبارت فوق نتیجه می گیریم که میدان دوار در جهت مثلثاتی می چرخد.

برای ماشین P قطبی داریم:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2}{P} \omega \left(\frac{rad}{sec} \right) = \frac{2}{P} \times 2\pi f \left(\frac{rad}{sec} \right) = \frac{4\pi}{P} f \left(\frac{rad}{sec} \right) = \frac{4\pi}{P} f \times \frac{60}{2\pi} (rpm) = \frac{120f}{P} (rpm)$$

با توجه به رابطه بالا با افزایش قطب چون میدان به صورت فشرده است لذا سرعت کم می شود.

نکته: وقتی اختلاف فاز بیان می شود منظور اختلاف فاز الکتریکی است.

طریقه ایجاد گشتاور:

اعمال ولتاژ سه فاز متعادل به استاتور سه فاز متقارن ← میدان دوار استاتور ← این میدان دوار با قطع هادی های روتور باعث

القا ولتاژ در روتور می شود ← با اتصال کوتاه شدن روتور جریان ایجاد می شود ← از برهم کنش بین جریان های روتور و

میدان استاتور ← گشتاور

و نیز می توان نوشت: با اتصال کوتاه شدن روتور جریان ایجاد می شود ← میدان دوار روتور ← از برهم کنش میدان روتور و

استاتور ← گشتاور

چرا بیان می شود القایی؟

چون اصول عملکرد بر پایه القای ولتاژ در هادی های روتور ناشی از میدان دوار استاتور است.

معمولاً به روتور ولتاژی داده نمی شود یعنی تزویج نمی کنیم.

چرا آسنکرون (ناهم زمان)؟

چون سرعت روتور نمی تواند به سرعت میدان دوار استاتور برسد. البته در حالت کاملاً ایده آل می رسد ولی در عمل اینچنین

نیست. هرچه انحراف از سرعت سنکرون کمتر باشد بهتر است. سرعت مکانیکی محور روتور با سرعت سنکرون برابر

نیست چون اگر سرعت سنکرون باشد لذا سرعت نسبی بوجود نمی آید لذا ایجاد ولتاژ نقض می شود.

سرعت میدان دوار استاتور نسبت به ناظر ساکن

در اینجا فرض کردیم که گشتاور توانایی جذب نردبان را در راستای عمودی را ندارد لذا در راستای عمودی حرکتی (سرعتی) نداریم. اگر فرکانس زاویه‌ای تغذیه استاتور $\omega \left(\frac{rad}{sec} \right)$ (که ω الکتریکی است چون فرکانس تغذیه است) باشد سرعت چرخش میدان برحسب $\left(\frac{rad}{sec} mech \right)$ برابر خواهد بود با:

$$\omega_r = \frac{2}{P} \omega$$

$$\omega_r^{rpm} = \frac{60}{2\pi} \times \omega_r = \frac{60}{2\pi} \times \frac{2}{P} \omega = \frac{120f}{P} (rpm)$$

ω_r : این سرعت سنکرون است زیرا با ω تغذیه رابطه مستقیم دارد.

$f = 50Hz$, $P = 4 \Rightarrow$ میدان دوار در هر دقیقه ۱۵۰۰ دور می‌زند و خود روتور در شرایط نامی مقدار کمتری مثلاً ۱۴۵۰ دور می‌زند.

ساختارهای روتور

(۱) روتور قفسی (قفس سنجابی):

این روتور از یک هسته مغناطیسی مورق استوانه‌ای شکل که از حلقه‌هایی در بالا و پایین همراه با سوراخ‌هایی روی آن که این سوراخ‌ها به وسیله *Al or Cu* پر شده، که به وسیله *Al or Cu* دو طرف بالا و پایین اتصال کوتاه می‌شود. (۲) روتور سیم‌پیچی شده (سیم‌پیچی سه‌فاز):

یک سیم‌پیچ سه‌فاز مانند استاتور است که سیم‌پیچ‌های روتور اتصال کوتاه هستند و در شیارها یک هسته مغناطیسی مورق وجود دارند و توسط سه عدد رینگ لغزان و زغال (جاروبک)، که روی رینگ‌ها قرار دارد که این جاروبک‌ها به مدار دیگر به بیرون راه دارند، به مداری دیگر از قبیل رئوستا متصل می‌شوند. این کار برای کنترل سرعت موتور انجام می‌شود. سیم‌پیچی روتور که با مقاومت و سلف مدل می‌کنیم دارای سه سر سیم است. این سه سر را نمی‌شود به حال خودش رها کرد یا باید این سه سر را اتصال کوتاه کرد یا باید توسط بانک سه‌فاز مقاومتی (خازنی) اکسترنال، راکتور یا منبع ولتاژ (حالت پیچیده‌تر است که در این حالت ولتاژ در روتور القا می‌شود ولی چون جریان نداریم گشتاوری تولید نمی‌شود). سری کرد. ویژگی‌ها:

- ۱- روتور قفسی سنجابی چون جاروبک ندارد لذا هزینه کمتر، محکم‌تر، قابلیت اطمینان بیشتر، هزینه‌های نگهداری کمتر و... و بهتر از روتور سیم‌پیچی شده است.
- ۲- در روتور سیم‌پیچی شده باید در ترمینال مسیر بسته بوجود آید که این مسیر بسته می‌تواند اتصال ستاره یا مثلث باشد. اگر اتصال ستاره باشد جریان عبوری قابل تنظیم است ولی در اتصال مثلث همواره مسیر بسته وجود دارد و دیگر تنظیم جریان در اختیار نیست و روتور همواره در حال چرخیدن است.

۳- روتور یا واقعاً سه فاز است یا اگر قفسی سنجابی است می توان آن را با یک مدار معادل سه فاز جایگزین کرد چون جریان های این میله ها با هم اختلاف فاز دارند به دلیل اینکه در یک لحظه خاص ممکن است تعدادی بیشترین میدان را ببیند (میله قبل وبعد میدان را نبیند). نتیجه اینکه روتور قابل جایگزین است با یک مدار سه فاز.

۴- روتورهای قفسه ای فاقد قطب بندی خاص می باشند لذا این روتورها می توانند با هر نوع استاتوری که دارای هر چند عدد قطب باشد کار کنند، اما روتورهای سیم پیچی شده دارای قطب بندی بوده لذا در صورتی می توانند گشتاور تولید کنند که قطب های روتور با استاتور یکی باشد.

نکته: بین روتور فاصله هوایی وجود دارد که اندازه این فاصله هوایی هرچه کمتر باشد حرارت کمتری در ماشین تولید می شود همچنین کاهش فاصله هوایی سبب کاهش تلفات و جریان مغناطیس کنندگی و بی باری می شود و ضریب قدرت موتور را بهبود می بخشد.

از ۳ همان بحثی که در استاتور انجام دادیم اینجا هم بررسی می کنیم.

روتوری داریم متقارن و ولتاژ و جریان هایی که در روتور داریم سه فاز است در این صورت خود روتور می تواند میدان دوار را تولید کند، پس میدان دوار دوم هم مشخص شد. برای اینکه سرعت این میدان دوار را بدست آوریم روی استاتور قرار می گیریم و نظاره گر میدان دوار روتور می شویم که همان رابطه استاتور برای میدان دوار روتور بدست می آید پس سرعت روتور نسبت به روتور به صورت زیر است:

$$\omega_r = \frac{120f_r}{p_r} (rpm)$$

نکته ای که وجود دارد این است که $p_r = p_s$ که در غیر این صورت گشتاور متوسط صفر خواهد بود. مثلاً فرض کنیم استاتور چهار قطبی و روتور دوقطبی باشد در این حالت روتور در قسمتی در جهت ساعت گرد جابجا می شود و در قسمتی در خلاف جهت ساعت گرد در نتیجه ماشین کار نمی کند. برای اینکه حرکت مداوم تولید شود و میدان ها در هم قفل شوند باید تعداد قطب ها برابر باشد.

دامنه و ولتاژ القا شده در روتور:

هرچه سرعت نسبی بین سیم های روتور و میدان دوار استاتور بیشتر باشد لذا دامنه ولتاژ القایی نیز بیشتر خواهد بود، طبق رابطه $e = LVB$ که V سرعت میدان است. در مد موتوری بیشترین ولتاژ القایی در سرعت روتور برابر با صفر و کمترین ولتاژ القایی در سرعت سنکرون و یعنی سرعت روتور برابر سرعت سنکرون باشد در این صورت هادی های روتور توسط میدان قطع نمی شوند و یعنی ولتاژی درون هادی القا نمی شود.

نکته: سرعت روتور صفر را زمانی خواهیم داشت ۱- در راه اندازی ۲- در آزمایش که بیان می شود روتور قفل شده است.

حال مطلب فوق را به صورت فرمولی بیان می کنیم که باید کمیتی به نام لغزش (*Slip*) تعریف می کنیم:

$$S = \frac{\omega_{sync} - \omega_r}{\omega_{sync}}$$

در صورت کسر سرعت نسبی سیم و میدان که سرعت لغزش می‌نامیم. بنابراین لغزش پریونیت شده سرعت لغزش است با بیس سرعت سنکرون لذا داریم:

$$\omega_{rot} = (1-S)\omega_{sync} \rightarrow \begin{cases} \omega_{rot} = 0 \rightarrow S = 1 \\ \omega_{rot} = \omega_{sync} \rightarrow S = 0 \end{cases}$$

چون رابطه لغزش با ولتاژ یک رابطه خطی است داریم:

$$E_r = SE_{r0} \rightarrow \begin{cases} S = 1 \rightarrow E_r = E_{r0} \\ S = 0 \rightarrow E_r = 0 \end{cases}$$

E_{r0} : ولتاژ القا شده در روتور در شرایط سکون موتور.

بنابراین تنها رابطه‌ای که می‌توان بین ولتاژ روتور در یک سرعت دلخواه با سرعت صفر بیان کرد همین است.

فرکانس ولتاژ و جریان روتور نیز به سرعت نسبی سیم و میدان بستگی دارد.

$$f_r = Sf_{r0} \rightarrow \begin{cases} S = 1 \rightarrow f_r = f_{r0} \\ S = 0 \rightarrow f_r = 0 \end{cases}$$

یعنی هرچه قطب‌های S و N ای که از روی هادی‌های روتور عبور می‌کنند با سرعت بیشتری عبور بکنند، سرعت بیشتر یعنی لغزش بیشتر لذا ω_r به صفر نزدیک می‌شود و فرکانسی که در آن هادی خواهیم داشت بیشتر است.

$$f_r = Sf_{r0} = Sf_e$$

f_e : فرکانس شبکه (استاتور)

در ماشین القایی در شرایطی که روتور ساکن باشد همانند یک ترانس سه فاز عمل می‌کند که اولیه آن استاتور و ثانویه‌اش روتور است همانطور که در ترانس معمولی تغییر فرکانس نداریم در شرایط ساکن بودن روتور نیز فرکانس روتور با فرکانس استاتور برابر است که در رابطه فوق ملاحظه می‌شود.

نکته: با توجه به رابطه بالا هرچه لغزش بیشتر فرکانس روتور هم بیشتر می‌شود و بیان کردیم که سرعت روتور به نزدیکی سرعت سنکرون می‌رسد بنابراین لغزش عددی بسیار کوچک است مثلاً ۰.۰۲ یا ۰.۰۳. بنابراین فرکانس روتور فرکانس کوچکی است که اگر فرکانس را برابر 60Hz باشد فرکانس روتور در حد 1Hz-3Hz بدست می‌آید بنابراین می‌توان نتیجه گرفت تلفات هسته روتور در برابر تلفات هسته استاتور در شرایط کار (نامی) قابل صرف نظر کردن است. پس تلفات هسته در سرعت نامی عمده‌تاً به صورت تلفات هسته استاتور است.

سرعت میدان دوار روتور نسبت به روتور (ناظر روی روتور):

$$\omega_r = \frac{120f_r}{p_r} = \frac{120Sf_e}{p_r} = S \frac{120f_e}{p} \Rightarrow \omega_r = S\omega_{sync}$$

ω_{sync} : سرعت میدان دوار استاتور نسبت به استاتور

از روابط فوق داریم:

$$\text{سرعت میدان دوار روتور نسبت به استاتور} = \text{سرعت میدان روتور نسبت به روتور} (S\omega_{sync}) + \text{سرعت میدان روتور نسبت به استاتور} ((1-S)\omega_{sync})$$

میدان دوار روتور نسبت به ناظر ساکن با سرعت سنکرون می‌چرخد بنابراین میدان دوار استاتور و میدان دوار روتور هم سرعت هستند (سنکرون هستند) البته در حالت ماندگار (*Steady State*).

لازمه تولید گشتاور متوسط همین سنکرون بودن میدان‌ها است یعنی زاویه میدان‌ها نباید نسبت به هم تغییر کند.

تمرین تحقیقی: تفاوت اتوترانس معمولی با ماشین القایی که به عنوان اتوترانس استفاده می‌شود چیست.

توضیح: ماشین القایی به نوعی ترانس است که اگر ماشین القایی روتور سیم‌پیچی شده داشته باشد در این صورت به ثانویه ماشین القایی دسترسی داریم بنابراین ترانسی است که اولیه‌اش استاتور و ثانویه‌اش است. روتور ماشین القایی می‌تواند تبدیل شود به یک اتوترانس که در این اتوترانس، استاتور و روتور را باهم اتصال الکتریکی دارند. در اتوترانس روتور نمی‌چرخد ولی با چرخاندن روتور می‌توان نسبت ولتاژها را تغییر داد لذا تلفات مکانیکی در اینجا هم نداریم.

تفاوت‌های مورد نظر: هزینه، تعمیر و نگهداری و ...

تفاوت‌ها:

(۱) از نظر پارامترهای مدار معادل اتوترانس وضعیت بهتری نسبت به ماشین القایی دارد زیرا در ماشین القایی فاصله هوایی بین استاتور و روتور وجود دارد و بنابراین رلوکتانس مسیر شار متقابل بین استاتور و روتور افزایش می‌یابد طبق رابطه زیر:

$$\uparrow R = \frac{l}{\downarrow \mu A}$$

افزایش رلوکتانس منجر به کاهش راکتانس مغناطیس‌کنندگی در ماشین القایی خواهد شد ضمناً شار ناشی نیز در ماشین القایی بیشتر است بنابراین مقادیر راکتانس‌های ناشی در ماشین القایی بزرگتر است (نکته منفی). وجود فاصله هوایی از دیدگاه مغناطیسی یک فایده دارد که قبلاً داشتیم که در سیستم قطب گردان هرچه فاصله هوایی بیشتر شود مشخصه خطی‌تر می‌شود، بنابراین مشخصه در ماشین القایی نسبت به ترانس خطی‌تر است.

تفاوت‌های ترانس با موتور القایی:

برای باین این تفاوت‌ها فرض می‌کنیم که سیم‌پیچی روتور مدار باز بوده و اتصال این سیم‌پیچی‌ها به صورت ستاره باشد. با اعمال ولتاژ سه‌فاز با فرکانس ثابت f به استاتور، میدان مغناطیسی تولید می‌شود که هادی‌های ساکن استاتور و روتور را در برمی‌گیرد که باعث القا نیروی محرکه الکتریکی با همان فرکانس می‌شود که نیروی محرکه القایی برفاز ماشین سنکرون از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$E = \sqrt{2} \pi f K_w N \phi$$

که در رابطه فوق f فرکانس خط، K_w ضریب سیم‌پیچی استاتور است که دلیل وجود این ضریب این است که در ترانس سیم‌پیچی به صورت متمرکز می‌باشد ولی در ماشین القایی سیم‌پیچی به صورت توزیع شده است لذا ضریب کاهش K_w باید در این رابطه ظاهر شود، N تعداد دور هر فاز است و ϕ شار فاصله هوایی ناشی از ترکیب نیروی محرکه مغناطیسی استاتور و روتور است لذا می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} E_1 = \sqrt{2}\pi f K_{w1} N_1 \phi \\ E_2 = \sqrt{2}\pi f K_{w2} N_2 \phi \end{cases} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{K_{w1} N_1}{K_{w2} N_2} = \frac{N'_1}{N'_2}$$

که N'_1, N'_2 را به ترتیب دورهای مؤثر سری برفاز استاتور و روتور تعریف می‌شوند.

شباهت‌ها:

۱- رابطه فوق که برای موتور القایی با روتور ساکن است همانند رابطه ترانسی است که بی‌بار باشد.

۲- شار متقابل تولید شده در ترانس نیز ناشی از ترکیب نیروی محرکه مغناطیسی اولیه و ثانویه است.

۳- در ترانس بار شده، با افزایش بار جریان ثانویه روی اولیه واکنش نشان می‌دهد تا جریان بیشتری بکشد و همین کار با افزایش بار روی روتور انجام می‌شود، تا EMF (نیروی محرکه مغناطیسی) روتور روی سیم‌پیچ استاتور واکنش نشان دهد تا جریان بیشتری را از منبع بکشد.

۴- به جز در المان R_c در تمام پارامترهای مدار معادل شبیه هم هستند.

تفاوت‌ها:

۱- همانطور که ملاحظه می‌شود نسبت تبدیل‌ها در موتور القایی دارای ضریب تضعیف K_w است به دلیل اینکه سیم‌پیچی‌ها در فاصله هوایی توزیع می‌شوند ولی در ترانس به دلیل متمرکز بودن این سیم‌پیچی‌ها به این ضریب نیازی نیست.

۲- همانطور که بیان شد ϕ مقدار شار دوار برهر قطب است اما در ترانس مقدار حداکثر شار هسته به کار برده می‌شود که این یک مزیت برای ترانس است.

۳- در موتور القایی جریان بی‌باری از ۳۰ تا ۵۰ درصد بار کامل است اما در ترانس ۳ تا ۵ درصد جریان بار کامل است. به این دلیل که شار متقابل در ترانس مسیر خود را از هسته آهنی می‌بندد و لذا مقاومت مغناطیسی آن کم است در حالی که شار مغناطیسی برای موتور باید از فاصله هوایی عبور کند.

۴- در موتور القایی جریان مغناطیس‌کنندگی قسمت اعظم جریان بی‌باری را تشکیل می‌دهد لذا موتور القایی در ضریب توان پایین کار می‌کند در حالی که ضریب توان ترانس بالا است، دلیل این موضوع نیز وجود فاصله هوایی است.

۵- هزینه تولید موتور القایی بیشتر از ترانس است. در صورتی که نسبت ورودی و خروجی ترانس و ماشین القایی برابر باشد به دلیل اینکه ضریب تضعیف K_w در نسبت تبدیل موتور القایی وجود دارد باز از آهم و مس بیشتری در ماشین القایی استفاده کنیم تا نسبت تبدیل ترانس را بدهد، این موضوع در برابر اتوترانس بیشتر به چشم می‌آید.

۶- به دلیل وجود فاصله هوایی در ماشین القایی هزینه‌های نگهداری و استهلاک آن نسبت به ترانس بیشتر است چون فاصله هوایی باعث ایجاد حرارت در ماشین القایی می‌شود.

۷- ساختار درونی ترانس نسبت به ماشین القایی ساده‌تر است لذا در صورتی که هسته یا هادی در ترانس خراب شود هزینه تعمیر یا تعویض قطعه در ترانس کمتر است.

۸- طریقه سیم‌بندی و هسته روتور و استاتور ماشین القایی دارای تکنولوژی بالاتری است نسبت به سیم‌بندی و هسته ترانس لذا هزینه تولید و تعمیرات بالا می‌رود.

۹۰/۹/۲۴ جلسه چهاردهم

مدل‌سازی موتور القایی سه‌فاز

مدل سازی موتور القایی با در نظر گرفتن دو شرط:

(۱) مدل‌سازی در حالت ماندگار است.

(۲) ماشین القایی متقارن و تغذیه هم متعادل است.

انجام می‌پذیرد. با توجه به شرایط فوق مدل‌سازی یکی از پایانه‌ها را، یعنی مدل‌سازی برفاز را برای ماشین القایی سه‌فاز انجام می‌دهیم و برای فازهای دیگر همین بحث را با ۱۲۰ درجه اختلاف فاز بین ولتاژهای بار موتور و جریان‌های داخل موتور داریم. ضمناً این مدل‌سازی از دید استاتور انجام می‌شود که این روش مرسوم‌تر است به دلیل اینکه دستگاه‌های اندازه‌گیری و تغذیه در سمت استاتور (ساکن) قرار می‌گیرند. در این مدل‌سازی حق داریم هر تغییری در مدار روتور بدهیم به شرط اینکه استاتور متوجه این تغییرات نشود و تغییراتی که استاتور از روتور حس می‌کند از طرف میدان روتور است یعنی اینکه تغییرات در روتور نباید باعث تغییرات میدان روتور شود.

تمرین: مدل‌سازی موتور القایی را از دید روتور انجام دهید.

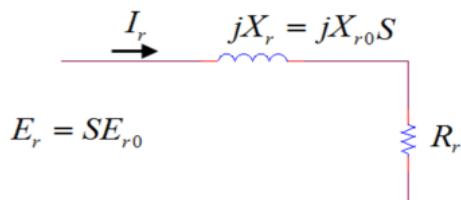
ویژگی‌های سه فاز برای میدان روتور:

(۱) دامنه: این ویژگی به تعداد دور روتور و جریان وابسته است $(\alpha N_r I_r)$. پس اگر تعداد دور و جریان روتور تغییر کرد ولی حاصل ضرب آن‌ها تغییر نکرد استاتور متوجه تغییرات میدان روتور نمی‌شود.

(۲) سرعت (نسبت به ناظر ساکن): این کمیت وابسته به سرعت روتور و فرکانس جریان روتور است.

(۳) فاز: وابسته است به زاویه امپدانس روتور (نه به اندازه‌اش). یعنی اگر امپدانس و راکتانس روتور به یک نسبت بزرگ و کوچک شوند زاویه امپدانس روتور ثابت می‌ماند.

مدل‌سازی مقاومت روتور R_r : در صورتی که از اثر پوستی صرف‌نظر کنیم مقاومت روتور تابعی از لغزش نمی‌شود، در غیر این صورت مقاومت روتور با افزایش سرعت روتور به دلیل کم شدن لغزش و در نتیجه کم شدن فرکانس، کم می‌شود. از جمله قبل می‌توان نتیجه گرفت که مقاومت روتور در راه‌اندازی دارای مقدار MAX است یعنی در سرعت روتور برابر صفر این یک مزیت است زیرا باعث می‌شود جریان راه‌اندازی محدود شود. اما در این درس R_r را ثابت فرض می‌کنیم. مدل روتور را به صورت زیر داریم:

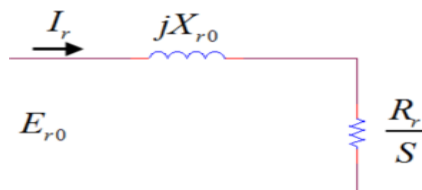


لذا با در نظر گرفتن موارد فوق برای میدان روتور تبدیلات زیر را انجام می‌دهیم:

تبدیل اول: در این تبدیل روتور با سرعت ω_r را ثابت می‌کنیم خواهیم داشت:

$$f_r = Sf_e \rightarrow f_r = f_e \rightarrow X_r = X_{r0} \rightarrow I_r = \frac{SE_{r0}}{jSX_{r0} + R_r} = \frac{E_{r0}}{jX_{r0} + \frac{R_r}{S}}$$

لذا برای مدار روتور داریم:



دلیل این تبدیل برای این است که در تساوی اول نیروی محرکه تولیدی بر حسب فرکانس لغزش است لذا جریان بر حسب فرکانس لغزش را می‌دهد ولی در تساوی بعد نیروی محرکه تولیدی، مستقیم از ولتاژ خط را بدست می‌آید و جریان نیز جریان خط است. لذا از تساوی دوم استفاده می‌کنیم تا جریان ثابت بماند. ملاحظه می‌شود که سه شرط ذکر شده برای ثابت ماندن میدان روتور برقرار است یعنی:

برای اینکه جریان ثابت بماند مقادیر R_r, X_{r0}, f_{r0} تغییر کرد که تغییر این مقادیر به دلیل اینکه در میدان روتور تأثیر ندارد مشکلی را بوجود نمی‌آورد.

برای شرط دوم از قبل داشتیم:

$$\text{سرعت میدان دوار روتور نسبت به استاتور} = \text{سرعت میدان روتور نسبت به روتور} (S\omega_{sync}) + \text{سرعت روتور نسبت به استاتور} ((1-S)\omega_{sync})$$

که ω_{sync} : سرعت میدان دوار استاتور نسبت به استاتور است.

پس از اعمال تبدیل اول، $f_r = f_e$ یعنی روتور ساکن است سرعت میدان روتور نسبت به استاتور برابر ω_{sync} است.

برای شرط سوم: چون راکتانس و مقاومت به یک نسبت تغییر کردند، پس نسبت آن‌ها ثابت ماند بنابراین زاویه امپدانس روتور همان مقدار قبلی است.

تبدیل دوم: همانند تبدیلی است که در ترانس معمولی داشتیم که عبارت است از:

روتور با N_r دور برفاز را به سمت استاتور با N_s دور برفاز ارجاع می‌دهیم.

بعد از تبدیل اول چون روتور ساکن است با تعداد دور N_r مشابه ترانسی است که ثانویه‌اش N_2 باشد لذا خواهیم داشت:

$$E'_{r0} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right) E_{r0} \quad , \quad I'_r = \left(\frac{N_r}{N_s}\right) I_r \quad , \quad X'_{r0} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 X_{r0} \quad , \quad \frac{R'_r}{S} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \frac{R_r}{S}$$

بررسی شروط ثابت ماندن میدان:

شرط اول: در تبدیل دوم داریم:

$$\left. \begin{matrix} N_r \rightarrow N_s \\ I_r \rightarrow I'_r \end{matrix} \right\} \Rightarrow N_r I_r = N_s I'_r$$

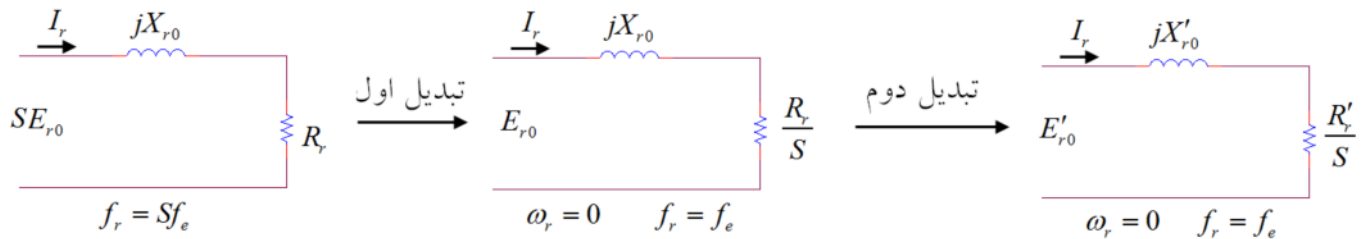
پس شرط اول برقرار است.

شرط دوم: چون $f_r = f_e$ بنابراین سرعت میدان روتور نسبت به ناظر ساکن تغییر نمی کند.

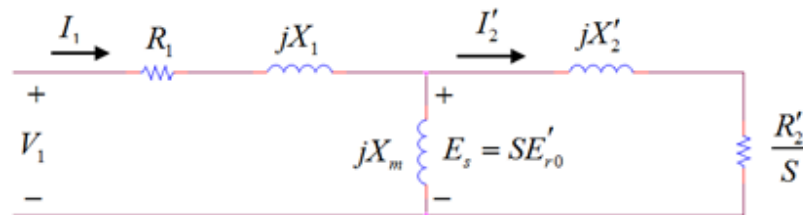
شرط سوم: به دلیل اینکه در مدار مقدار مقاومت و راکتانس هر دو در یک ضریب ثابت ضرب شده اند لذا نسبت آنها ثابت است و لذا زاویه امپدانس روتور ثابت می ماند.

پس باز هم تحت تبدیل دوم دامنه میدان روتور عوض نشد.

به طور خلاصه داریم:



حال مدار روتور را در ادامه مدار استاتور قرار می دهیم. این مدار معادل، مدار معادل حالت ماندگار برفاز ماشین القایی سه فاز با ساختار متقارن و تغذیه متعادل است. ($1 \leftarrow S$, $2 \leftarrow r$)



دیagram پخش توان

برای حالت ژنراتوری:

ترجمه کتاب سن صفحه ۲۷۰

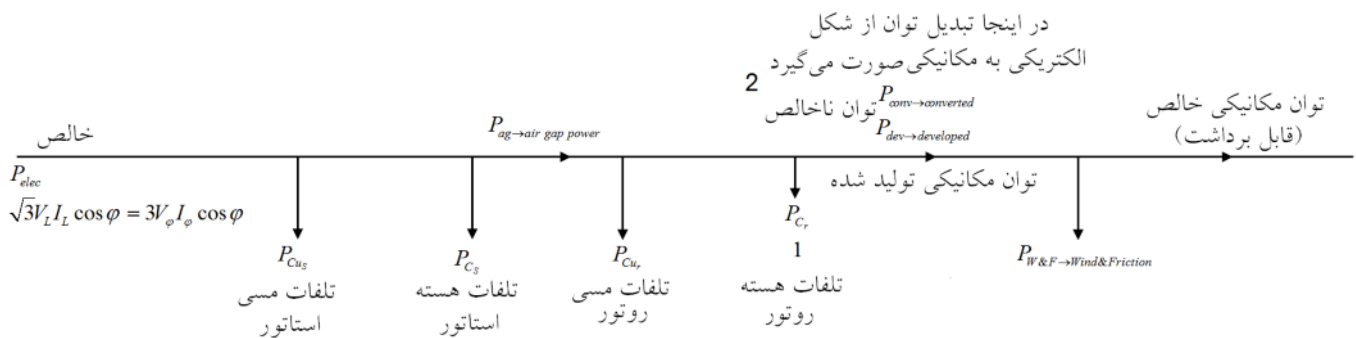
برای حالت ترمزی:

ترجمه کتاب سن صفحه ۲۷۰

در این درس حالت موتوری را بیشتر اهمیت می دهیم.

برای حالت موتوری:

نموداری است که نشان می دهد که در موتور القایی سه فاز توان الکتریکی ورودی چه مسیری را طی می کند تا به توان مکانیکی مفید (خالص) خروجی تبدیل شود.



۱: به چه دلیل تلفات هسته روتور نسبت به استاتور کوچک است؟

از آنجایی که لغزش در شرایط سرعت نامی کوچک است بنابراین فرکانس روتور کم است لذا تلفات هسته روتور در شرایط نامی در برابر تلفات هسته استاتور قابل صرف نظر کردن است. (البته در بعضی کتابها بیان شده که چون حجم روتور از حجم استاتور کمتر است لذا تلفات هسته روتور از استاتور کمتر است).

۲: در اینجا یعنی کل این توان قابل برداشت نیست که این ناخالصی عبارت است از تلفات مکانیکی.

نکته ۱: ممکن است در امتحان به جای توان از گشتاور استفاده شود که طبق معمول گشتاور خالص برابر توان خالص تقسیم بر سرعت روتور و گشتاور ناخالص برابر توان ناخالص تقسیم بر سرعت روتور البته در هر دو مورد سرعت روتور باید برحسب رادیان بر ثانیه باشد نه دور بر دقیقه.

نکته ۲: همانطور که ملاحظه می شود اثری از R_C در مدار معادل موتور القایی دیده نمی شود یعنی P_{C_s}, P_{C_r} حذف شده است اما صرف نظر از R_C در مدار معادل دلیل بر صرف نظر از تلفات R_C نیست یعنی این تلفات را داریم در جای دیگر در نظر می گیریم.

تلفات چرخشی (یادآوری ماشین ۱) عبارت است از:

$$P_C + P_{W\&F} = P_{rot}$$

پس جمع تلفات باد و اصطکاک و تلفات هسته را تلفات چرخشی نامیده و آن را نسبت به سرعت روتور ثابت فرض می کنیم.

نکته: تلفات متغیر با زمان در سیستم های چند فاز با مقدار متوسط برابر است.

مزایای این کار (صرف نظر کردن از R_C):

۱) تحلیل مدار معادل راحت تر است و خطای زیادی ایجاد نمی کند.

(۲)

$$\begin{aligned} \uparrow \omega_r \left\{ \begin{array}{l} \uparrow P_{W\&F} \\ \downarrow P_{C_r} + \downarrow P_{C_s} = \downarrow P_C \end{array} \right. \\ \downarrow P_C + \uparrow P_{W\&F} = P_{rot} \end{aligned}$$

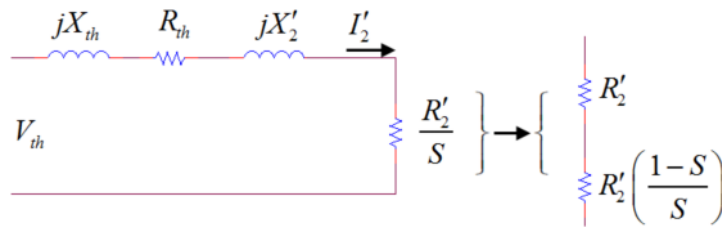
لذا به صورت تقریبی جمع این دو تلفات در هر سرعت ثابت است یعنی P_{rot} ثابت است. اگر R_C را در مدار معادل در نظر بگیریم در این صورت تلفات هسته در فرمول فوق حذف می شود لذا باید بسته به اینکه در چه سرعتی هستیم P_{rot} متناسب با آن سرعت را تعیین کنیم.

۳) مطلب دیگر اینکه تعیین R_C بر حسب اهم سخت‌تر از تعیین تلفات چرخشی (که یک مقدار ثابت است) است. نوشتن رابطه‌ای برای توان‌ها:

$$P_{Cu_s} = 3R_1 I_{1\phi}^2$$

$$P_{Cu_r} = 3R_2 I_2^2 = 3R'_2 I_2'^2 \quad \text{because:} \begin{cases} I_2' = \left(\frac{N_r}{N_s} \right) I_2 \\ R'_2 = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 R_2 \end{cases}$$

با توجه به مدار معادل توانی که در مقاومت R'_2/S مصرف شده برابر $3 \frac{R'_2}{S} I_2'^2$ است و تلفات مسی روتور $3R'_2 I_2'^2$ است که با هم یکی نیست و مقدار اول بیشتر است زیرا لغزش کوچک است (چرا؟) زیرا تمامی توانی که از استاتور به روتور وارد می‌شود یعنی P_{ag} ، تمامش در مقاومت روتور مصرف نمی‌شود بلکه قسمتی به توان مکانیکی تبدیل می‌شود. پس در اینجا مشخص است که R'_2/S را به ما می‌دهد، که بخشی از P_{ag} است که تلفات مسی روتور نام دارد و بقیه توان مکانیکی ناخالص است. بنابراین مقاومت R'_2/S را تبدیل می‌کنیم به دو مقاومت سری شده که یکی R'_2 است و دیگری $R'_2(1-S/S)$ بنابراین داریم:



طبق مدار مشخص است زمانی که از استاتور به روتور می‌رویم تنها جزئی که توان را مصرف می‌کند R'_2/S است. به‌طور خلاصه داریم:

$$P_{ag} \equiv \frac{R'_2}{S} I_2'^2, \quad P_{Cu_r} \equiv R'_2 I_2'^2, \quad P_{dev} = R'_2 \left(1 - \frac{S}{S}\right) I_2'^2, \quad P_{Cu_r} = S P_{ag}, \quad P_{dev} = (1-S) P_{ag}, \quad P_{Cu_r} = \left(\frac{S}{S-1}\right) P_{dev}$$

این یک روشی بود که توانستیم برای توان‌ها رابطه‌هایی بدست آوریم. روش دوم: در این روش از اصل بقای انرژی دو بار استفاده می‌کنیم یک بار برای مدار و یک بار برای فیزیک واقعی.

$$3 \operatorname{Re}\{V_1 I_1^*\} = 3R_1 I_1^2 + 3 \frac{R'_2}{S} I_2'^2 \quad \text{برای مدار:}$$

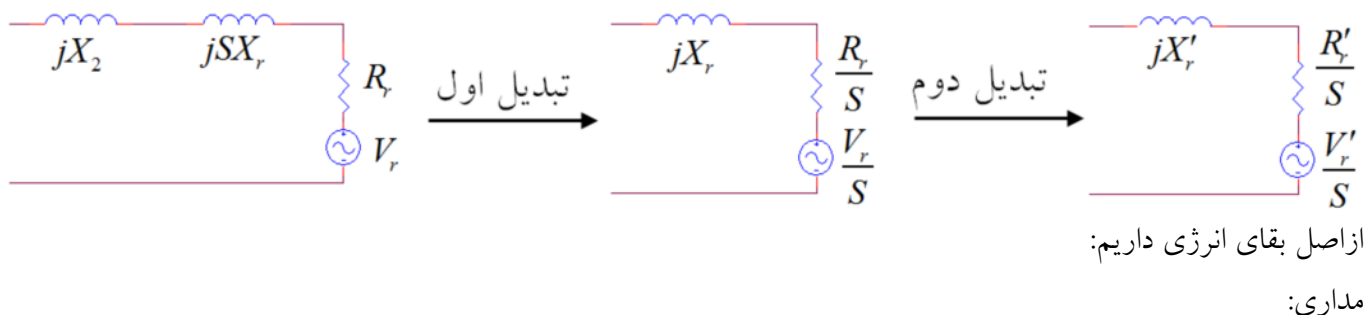
$$3 \operatorname{Re}\{V_1 I_1^*\} = 3R_1 I_1^2 + 3R'_2 I_2'^2 + P_{conv} \quad \text{برای فیزیک واقعی:}$$

می‌توان نتیجه گرفت:

$$P_{conv} = P_{dev} = 3 \left(\frac{R'_2}{S} - R'_2 \right) I_2'^2 = 3R'_2 \left(\frac{1-S}{S} \right) I_2'^2$$

که همان رابطه‌ای است که از روش اول بدست آوردیم.

تمرین: اگر ماشین القایی روتور سیم‌پیچی باشد و به روتور ولتاژ V_r اعمال شود (روتور مستقیماً اتصال کوتاه نباشد) و همین‌طور در مورد بانک خازنی روتور دو تبدیل را مجدد انجام دهید.
 حل: روتور دارای ولتاژ V_r باشد:



$$2 \operatorname{Re}(V_1 I_1^*) = 3 R_1 I_1^2 + 3 \frac{R_2'}{S} I_2'^2 + 3 \operatorname{Re}\left(\frac{V_2'}{S} I_2'^*\right)$$

فیزیکی:

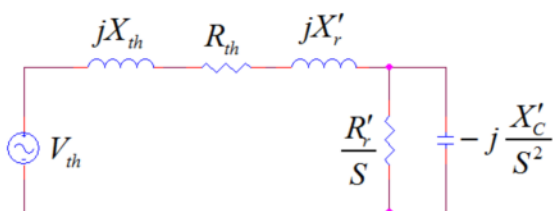
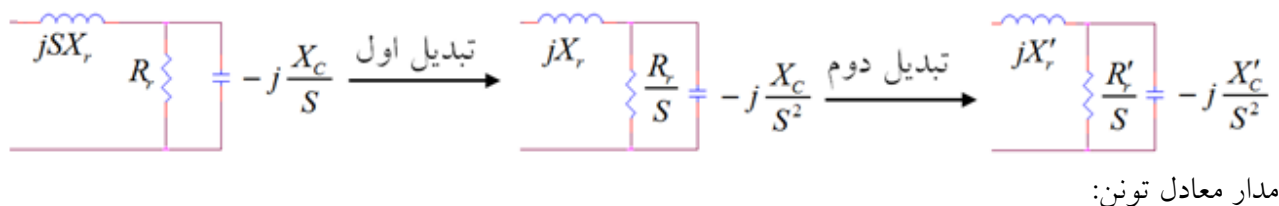
$$2 \operatorname{Re}(V_1 I_1^*) = 3 R_1 I_1^2 + 3 R_2' I_2'^2 + 3 \operatorname{Re}(V_2' I_2'^*) + P_{dev}$$

$$P_{dev} = 3 R_2' I_2'^2 - 3 \frac{R_2'}{S} I_2'^2 + 3 \operatorname{Re}(V_2' I_2'^*) \left(\frac{1}{S} - 1\right) = 3 \left(\frac{1-S}{S}\right) \left(R_2' I_2'^2 + 3 \operatorname{Re}(V_2' I_2'^*)\right)$$

$$P_{dev} = (1-S) P_{ag} \Rightarrow P_{ag} = \frac{3}{S} \left(R_2' I_2'^2 + 3 \operatorname{Re}(V_2' I_2'^*)\right)$$

$$T = \frac{P_{ag}}{\omega_{sync}} = \frac{3 \left(R_2' I_2'^2 + 3 \operatorname{Re}(V_2' I_2'^*)\right)}{S \omega_{sync}}$$

روتور دارای بانک خازنی باشد:



تمرین: الف) ثابت کنید در صورتی که از کلیه تلفات به جز تلفات مس روتور صرف‌نظر کنیم خواهیم داشت.

$$\eta = 1 - S$$

ب) ثابت کنید اگر از کلیه تلفات به جز تلفات مس روتور و استاتور صرف‌نظر کرده و این دو تلفات را باهم برابر فرض کنیم خواهیم داشت.

$$\eta = \frac{1-S}{1+S}$$

اثبات الف:

$$\begin{aligned}
 P_{in} &= P_{ag} & P_{out} &= P_{ag} - SP_{ag} \\
 &\downarrow & & \\
 &P_{Cu_r} = SP_{ag} & & \\
 \eta &= \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{ag} - SP_{ag}}{P_{ag}} = 1 - S
 \end{aligned}$$

اثبات ب:

$$\begin{aligned}
 P_{in} &= P_{ag} + P_{ag} & P_{out} &= P_{ag} - SP_{ag} \\
 &\downarrow & & \\
 &P_{Cu_s} = P_{Cu_r} = SP_{ag} & & \\
 \eta &= \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{ag} - SP_{ag}}{P_{ag} + SP_{ag}} = \frac{1 - S}{1 + S}
 \end{aligned}$$

از دو رابطه فوق خواستیم به این برسیم که آیا هرچه لغزش کوچکتر باشد از نظر راندمان بهتر است زیرا راندمان به ازای لغزش کوچکتر، بیشتر است. البته توجه شود که در حالت موتوری ($0 < S < 1$) داریم بحث می‌کنیم. و برای اینکه لغزش کمتر باشد باید سرعت به سرعت سنکرون نزدیک باشد که البته از نظر القای ولتاژ جای بحث دارد.

روابط توان و گشتاور الکتریکی در حالت ماندگار ماشین القایی سه فاز (حالت موتوری):

$$T_{dev} = \frac{P_{ag}}{\omega_r}$$

$$T_{dev} = \frac{(1-S)P_{ag}}{(1-S)\omega_{sync}} = \frac{P_{ag}}{\omega_{sync}} \rightarrow T = \frac{P_{ag}}{\omega_{sync}} = \frac{3 \frac{R'_2}{S} I_2'^2}{\omega_{sync}}$$

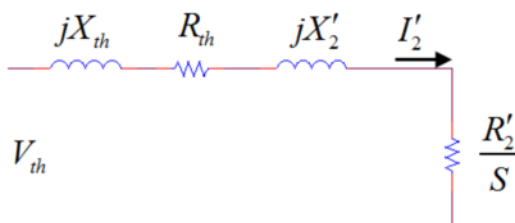
از دید روتور مدار معادل تونن می‌زنیم:

$$V_{th} = V_{OC} = \frac{jX_m}{jX_m + R_1 + jX_1} V_1$$

$$Z_{th} = Z_{SC} = jX_m \parallel (R_1 + jX_1)$$

$$|I_2'| = \frac{V_{th}}{\sqrt{(R_{th} + \frac{R'_2}{S})^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{3R'_2 V_{th}}{S \omega_{sync} \left[(R_{th} + \frac{R'_2}{S})^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right]}$$



روش‌های بدست آوردن P_{ag} و گشتاور:

از سه روش I_2' را بدست می‌آوریم و از روی آن P_{ag} را حساب می‌کنیم.

روش اول:

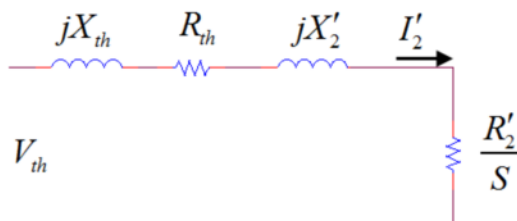
$$\frac{V_1}{Z_{in}} = I_1$$

Z_{in} : امپدانس دیده شده از V_1

لذا از تقسیم جریان بین شاخه‌های موازی jX_m ، $\frac{R_2'}{S} + jX_2'$ ، I_2' را بدست می‌آوریم سپس P_{ag} و از روی P_{ag} گشتاور را بدست می‌آوریم.

روش دوم (روش مدار معادل تونن از دید روتور):

یعنی خودمان را جای روتور قرار دهیم و به بقیه مدار نگاه کنیم و مدار معادل تونن بنزیم در این حالت جریان بدست آمده به طور مستقیم همان I_2' است لذا مدار معادل تونن را که از قبل داشتیم دوباره می‌نویسیم:



$$V_{th} = V_{OC} = \frac{jX_m}{jX_m + R_1 + jX_1} V_1$$

$$Z_{th} = Z_{SC} = jX_m \parallel (R_1 + jX_1)$$

$$R_{th} = \text{Re}\{Z_{th}\}$$

$$X_{th} = \text{Im}\{Z_{th}\}$$

لذا همانطور که گفته شد I_2' را بدست می‌آوریم سپس P_{ag} و از روی P_{ag} گشتاور را بدست می‌آوریم.

روش سوم: در این روش نیازی به بدست آوردن I_2' نیست. در این روش بدون اینکه جریان مقاومت R_2'/S را داشته باشیم توانی که در R_2'/S مصرف می‌شود را بدست می‌آوریم.

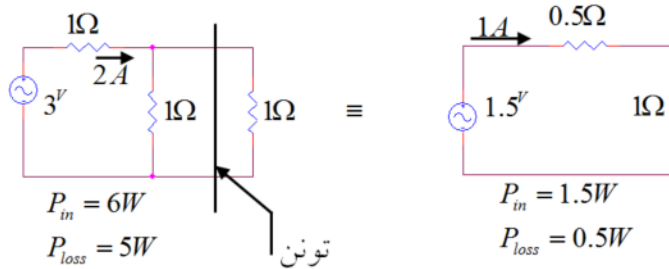
ملاحظه می‌شود که تنها عنصری که توان مصرف می‌کند R_2'/S است بنابراین اگر به جای این شاخه معادلش را قرار دهیم یعنی Z_{eq} لذا با داشتن Z_{eq} داریم:

$$3 \text{Re}\{Z_{eq}\} I_1^2 = 3 \frac{R_2'}{S} I_2'^2$$

از بین این روش‌ها بیشتر از روش دوم استفاده می‌کنیم.

نکته: در روش دوم مدار معادل تونن را از دید روتور به بقیه مدار است لذا پس از اینکه برای مدار معادل تونن از دید روتور زدیم کمیات روتور ثابت هستند (یعنی ولتاژ و جریان روتور) ولی در مورد کمیات استاتور باید گفت که گم می‌شوند یعنی اگر توان ورودی در مدار اصلی $3V_1 I_1 \cos \phi$ (الکتریکی) است حق نداریم این تلفات بدست آمده را برابر $V_{th} I_2' \cos \phi'$ قرار دهیم. همچنین حق نداریم برای محاسبه تلفات مس استاتور $(3R_1 I_1^2)$ بیاییم تلفاتی که در R_{th} است را در نظر بگیریم. البته ممکن است که بگوییم X_m, X_1 تلفاتی ندارند یعنی R_{th} همان توانی را تلف می‌کند که R_1 تلف می‌کند اما این مطلب درست نیست.

مثال عددی: مدار الکتریکی مقاومتی در حالت زیر را در نظر بگیرید.



ملاحظه می‌شود مقادیر توان در دو حالت فوق با یکدیگر تفاوت دارد.

از روش دوم داریم:

$$T = \frac{P_{ag}}{\omega_{sync}} = \frac{3 \frac{R_2'}{S} I_2'^2}{\omega_{sync}}$$

$$I_2' = \frac{V_{th}}{\sqrt{\left(R_{th} + \frac{R_2'}{S}\right)^2 + (X_{th} + X_2')^2}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{3R_2' V_{th}^2}{S \omega_{sync} \left[\left(R_{th} + \frac{R_2'}{S}\right)^2 + (X_{th} + X_2')^2 \right]}$$

شرایط گشتاور بیشینه (کمینه) و مقدار آن

روش اول: مشتق گیری

$$\frac{dT}{dS} = 0$$

با توجه به رابطه T ، صورت کسر تابعی از لغزش نیست و مخرج تابعی از لغزش است بنابراین اگر بخواهیم مقدار مشتق صفر باشد باید مشتق مخرج صفر باشد و همچنین ω_{sync} هم تابعی از لغزش نیست پس می‌توان در مشتق‌گیری ω_{sync} را در نظر نگیریم. لذا خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \left(R_{th} + \frac{R'_2}{S}\right)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 + S \times 2 \times \left(R_{th} + \frac{R'_2}{S}\right) \left(\frac{-R'_2}{S^2}\right) &= 0 \\ \Rightarrow \left(R_{th} + \frac{R'_2}{S}\right)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 &= \frac{2R'_2}{S} \left(R_{th} + \frac{R'_2}{S}\right) \\ \Rightarrow R_{th}^2 + \frac{R'^2_2}{S^2} + \frac{2R_{th}R'_2}{S} + (X_{th} + X'_2)^2 &= \frac{2R_{th}R'^2_2}{S} + 2\left(\frac{R'_2}{S}\right)^2 \\ \frac{R'_2}{S} &= \pm \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \end{aligned}$$

اگر علامت منفی را انتخاب کنیم لغزش منفی می‌شود و لغزش منفی یعنی ناحیه کار ژنراتوری و در این شرایط گشتاور هم منفی است در این حالت گشتاور کمینه است (ولی اندازه‌اش بیشینه است). در این درس با علامت مثبت سروکار داریم زیرا در حالت موتورری داریم بحث می‌کنیم. در این حال برای لغزش داریم:

$$S_{MT} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}$$

لذا با استفاده از مشتق‌گیری نیز توانستیم S_{MT} را بدست آوریم یعنی آن لغزشی که گشتاور در آن MAX است. طبیعی است که سرعتی که در این گشتاور حداکثر وجود دارد برابر $(1 - S_{MT})\omega_{sync}$ زیرا همیشه سرعت روتور برابر $(1 - S)\omega_{sync}$ است. روش دوم:

طبق رابطه $T = \frac{P_{ag}}{\omega_{sync}}$ گشتاور هنگامی حداکثر خواهد بود که P_{ag} حداکثر شود و با توجه به اینکه $P_{ag} \equiv \frac{R'_2}{S}$ (یعنی $P_{ag} = 3 \frac{R'_2}{S} I_2'^2$) برای آنکه P_{ag} حداکثر شود کافی است بیشترین توان به مقاومت $\frac{R'_2}{S}$ برسد و طبق قضیه انتقال توان حداکثر این امر در صورتی رخ می‌دهد که مقاومت $\frac{R'_2}{S}$ با امپدانسی که می‌بیند برابر شود یعنی:

$$\frac{R'_2}{S} = \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}$$

لذا دوباره خواهیم داشت:

$$S_{MT} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}$$

حال کافی است برای بدست آوردن گشتاور حداکثر مقدار فوق را در رابطه گشتاور قرار دهیم:

$$T = \frac{3R'_2 V_{th}^2}{S \omega_{sync} \left[\left(R_{th} + \frac{R'_2}{S} \right)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right]}, \quad \frac{R'_2}{S_{MT}} = \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}$$

$$\Rightarrow T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2 \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}{\omega_{sync} \left[\left(R_{th} + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \right)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right]}$$

$$\Rightarrow T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2 \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}{\omega_{sync} \left[R_{th}^2 + R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2 + 2R_{th} \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2} + (X_{th} + X'_2)^2 \right]}$$

$$\Rightarrow T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2 \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}{2\omega_{sync} \left[R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2 + R_{th} \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \right]}$$

$$\Rightarrow T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2 \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}{2\omega_{sync} \left[\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2} + R_{th} \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \right]}$$

لذا خواهیم داشت:

$$T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_{sync} \left[\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2} + R_{th} \right]}$$

ملاحظه می شود که T_{MAX} با V_{th} رابطه مستقیم دارد و V_1 با V_{th} رابطه دارد لذا T_{MAX} با V_1^2 یعنی مجذور ولتاژ اعمالی به استاتور رابطه دارد و منجر کسر با ω_{sync} رابطه عکس دارد و ω_{sync} هم با فرکانس و هم تعداد قطب و ضمناً با X'_2 (راکتانس روتور ارجاع داده شده به استاتور) رابطه دارد و همچنین با R_{th}, X_{th} که خود R_{th}, X_{th} به ترتیب با R_1 و X_1, X_m رابطه دارند اما دیده می شود که T_{MAX} با R'_2 رابطه ندارد، این درحالی است که S_{MT} با R'_2 رابطه مستقیم دارد یعنی لغزشی که به ازای آن گشتاور حداکثر رخ می دهد وابسته به R'_2 است ولی مقدار گشتاور حداکثر مستقل از R'_2 می باشد.

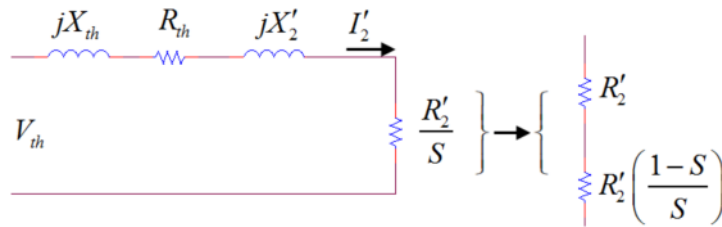
تمرین: لغزشی را بدست آورید که به ازای آن توان مکانیکی ناخالص (P_{dev}) حداکثر شود و مقدار توان مکانیکی ناخالص را نیز بدست آورید. برای حل این تمرین یک بار از روش مشتق گیری و یک بار بدون مشتق گیری و با استفاده از قضیه انتقال توان حداکثر عمل نمایید.

(راهنمایی: از روش اول)

$$P_{conv} = 3R'_2 \left(\frac{1-S}{S} \right) I_2'^2$$

از روش دوم

$$P_{conv} \equiv R'_2 \left(\frac{1-S}{S} \right)$$



پس از دید $R'_2 \left(\frac{1-S}{S} \right)$ به بقیه مدار نگاه می‌کنیم و برابر با امپدانسی که می‌بیند قرار می‌دهیم، S ای که بدست می‌آید همان لغزشی است که به‌ازای آن توان مکانیکی از دست می‌دهد که به‌نام $S_{MAX POWER}$ است. S_{MT}

حل:

$$P_{conv} = 3R'_2 \left(\frac{1-S}{S} \right) I_2'^2 \Rightarrow P_{conv} = 3R'_2 \left(\frac{1-S}{S} \right) \left(\frac{V_{th}^2}{\left[R_{th} + R'_2 + \left(\frac{1-S}{S} \right) R'_2 \right]^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \right) = \dots$$

روش دوم: طبق راهنمایی مسئله داریم:

$$R'_2 \left(\frac{1-S}{S} \right) = \sqrt{(R_{th} + R'_2)^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \rightarrow \frac{\sqrt{(R_{th} + R'_2)^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}{R'_2} = \frac{1-S}{S} = \frac{1}{S} - 1$$

$$\rightarrow \frac{1}{S} = \frac{R'_2 + \sqrt{(R_{th} + R'_2)^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}{R'_2} \rightarrow S_{MP} = \frac{R'_2}{R'_2 + \sqrt{(R_{th} + R'_2)^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}$$

تحقیق کنید با توجه شرایط گشتاور حداکثر که در آن S_{MT} به R'_2 وابسته بود ولی خودش مستقل از R'_2 بود می‌توان در مورد توان حداکثر و هم لغزشی که به ازای آن توان حداکثر رخ می‌دهد یعنی $S_{MAX POWER}$ گفت که هر دو به R'_2 وابسته‌اند. (راهنمایی: کافی است $S_{MAX POWER}$ که در تمرین قبل بدست آوردیم را در رابطه عمومی P_{conv} برحسب لغزش قرار دهیم و P_{MAX} را بدست آوریم.)

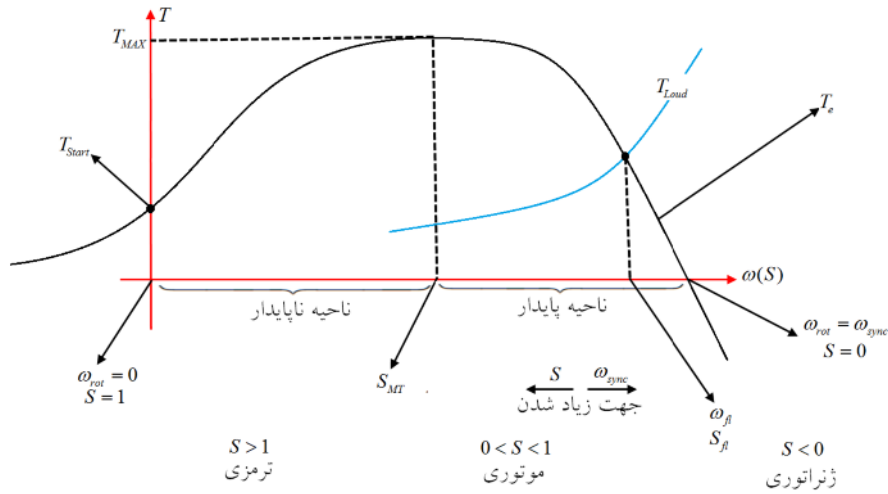
۹۰/۱۰/۱ جلسه شانزدهم

رسم مشخصه $T - \omega(S)$ برای موتور القایی

طبق رابطه‌ای که از قبل داشتیم، داریم:

$$T = \frac{3R'_2 V_{th}^2}{S \omega_{sync} \left[\left(R_{th} + \frac{R'_2}{S} \right)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right]}$$

طبق قرارداد محور عمودی را محور گشتاور و محور افقی را سرعت (لغزش) در نظر می‌گیریم. دلیل این قرارداد این است بسته به گشتاوری که ما به موتور اعمال می‌کنیم سرعت موتور تعیین می‌شود نه برعکس، که در حالت ماندگار گشتاوری که ما به موتور اعمال می‌کنیم با گشتاوری که موتور تولید کرده برابر است که از روی این گشتاور سرعت کار بدست می‌آید.



نکته: در $S = 0$ مقدار گشتاور صفر است زیرا در $S = 0$ در سرعت سنکرون هستیم و در صورتی که به روتور ولتاژ خارجی اعمال نکنیم، ولتاژ القایی روتور صفر است لذا گشتاور صفر است.
به ازای لغزش‌های کوچک داریم:

$$T = \frac{3R'_2 V_{th}^2}{S \omega_{sync} \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2} = \frac{3V_{th}^2}{R'_2 \omega_{sync}} S$$

نکته: با توجه به فرمول فوق در صورتی که $S \rightarrow 0$ باشد، گشتاور هم به صفر میل می‌کند لذا در لغزش‌های کوچک گشتاور با لغزش رابطه خطی دارد به این ناحیه کار، ناحیه کار خطی گویند.

نکته: برای S ‌های بزرگتر از صفر شیب مثبت است و به ازای ω دارای شیب منفی است زیرا $S = \omega_{sync} - \omega_{rot}$ است.
نکته: به ازای $S < 0$ در ناحیه کار ژنراتوری قرار داریم به دلیل اینکه به ازای این مقادیر جهت گشتاور عوض شده است که در این ناحیه اگر روتور توسط یک محرک اولیه با سرعتی بیش از سرعت سنکرون بچرخد جهت عبور توان عوض شده و توان ورودی از شکل مکانیکی به الکتریکی تغییر می‌کند که به این ژنراتور، ژنراتور القایی می‌گویند که کاربرد عمده آن در نیروگاه‌های با توربین سرعت متغیر (نیروگاه‌های بادی) است. دلیل استفاده از این ژنراتورها در این نیروگاه‌ها این است که سرعت باد متغیر است و اگر از ژنراتور سنکرون استفاده کنیم و سرعت باد تغییر کند فرکانس تولیدی هم تغییر می‌کند ولی در ژنراتور القایی به این صورت نیست.

نکته: S نزدیک به یک باشد (گفتیم از لحاظ ریاضی این مقدار را بسیار بزرگ فرض کنید) لذا می‌توان از R'_2 در برابر S صرف نظر کرد که در این صورت $T \propto \frac{1}{S}$ است.

چگونگی بدست آوردن نقطه کار نامی از روی مشخصه $T - \omega(S)$:
این نقطه نزدیک سرعت سنکرون است به دو دلیل:

- ۱- از راندمان داشتیم که اگر نزدیک سرعت سنکرون باشیم یعنی لغزش کوچک باشد راندمان بیشتر خواهد بود.
- ۲- در نزدیکی سرعت سنکرون مشخصه خطی است بنابراین از لحاظ پاسخ دینامیکی رفتار ماشین بهتر خواهد بود.

نکته: شیب نمودار در نزدیکی سرعت سنکرون شیب زیادی است بنابراین اگر یک مقدار کوچک از سرعت سنکرون کمتر برویم می‌توانیم گشتاور زیادی را داشته باشیم.
حال در واقعیت چگونه این نقطه را بدست آوریم:

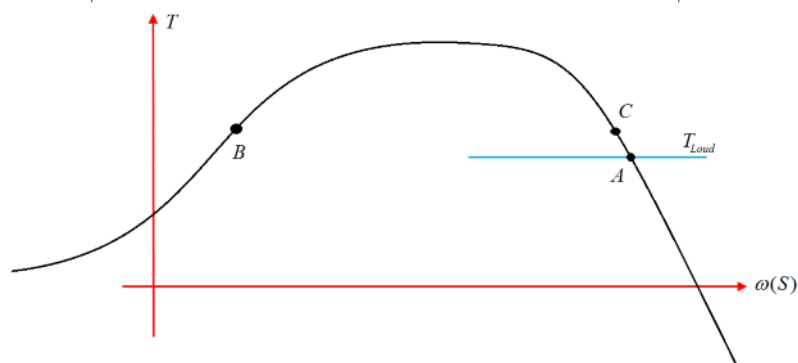
نقطه کار از تقاطع مشخصه خروجی موتور با مشخصه گشتاور سرعت بار (T_{Load}) بدست می‌آید. (در شکل فوق ملاحظه می‌شود). در حالت ماندگار در نقطه کار، گشتاور بار با گشتاور الکتریکی برابر است بنابراین نقطه تقاطع این دو نمودار نقطه کار است.

نکته: در حالتی که بار دارای گشتاور ثابتی باشد یک خط افقی برای آن بدست می‌آید.

در ناحیه کار موتوری ($0 < S < S_{MT}$) نقاط کاری که بین سرعت سنکرون و سرعتی که گشتاور در آن حداکثر است نقاط کار پایدار نامیده می‌شوند و به این ناحیه، ناحیه کار پایدار گویند، پس ناحیه خطی جزئی از ناحیه پایدار است. و ناحیه بین $S_{MT} < S < 1$ ناحیه نقاط کار ناپایدار است.

اثبات بیان فوق:

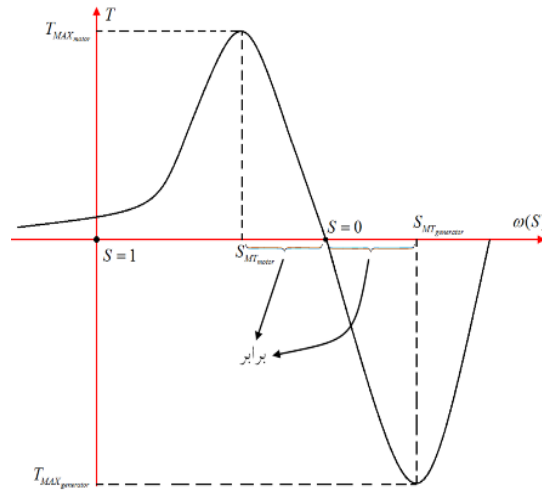
فرض کنید نمودار زیر را داشته باشیم که در این نمودار مشخصه بار را خطی فرض می‌کنیم:



نقطه کار پایدار (ناپایدار) را نقطه تعادل نیز می‌نامند اثبات می‌کنیم نقطه A پایدار است. فرض کنید در این نقطه باشیم اگر سرعت از سرعت نقطه کار به هر دلیلی بیشتر شود گشتاور بار از گشتاور الکتریکی بیشتر می‌شود لذا سرعت کمتر می‌شود و دوباره به نقطه A باز می‌گردد و اگر به هر دلیلی سرعت از سرعت نقطه A کمتر شد گشتاور الکتریکی از بار بیشتر می‌شود لذا سرعت زیاد می‌شود و به نقطه A باز می‌گردد لذا نقطه تعادل A ، نقطه تعادل پایدار است.

اگر در نقطه B باشیم و سرعت بیشتر شود، $T_e > T_L$ می‌شود اما این دفعه سرعت کم نمی‌شود و همین‌طور به سرعت اضافه می‌شود به دلیل اینکه T_e به روتور شتاب می‌دهد و نقطه تعادل جدید نقطه C خواهد بود و به نقطه B باز نمی‌گردد. و اگر سرعت کمتر شود لذا $T_e < T_L$ می‌شود، و باز هم سرعت کم می‌شود تا به صفر برسد.

شکل کامل مشخصه $T-\omega(S)$:



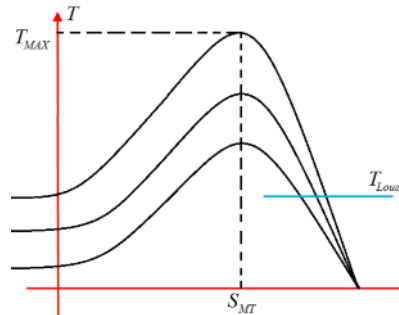
پارامترهای مؤثر بر روی مشخصه $T-\omega(S)$:

داشتیم:

$$T = \frac{3R'_2 V_{th}^2}{S \omega_{sync} \left[\left(R_{th} + \frac{R'_2}{S} \right)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right]}$$

T وابسته است به V_{th} , R'_2 , ω_{sync} , R_{th} , X_{th} که V_{th} وابسته است به V_1 , X_m , X_1 و ω_{sync} به f , P و R_{th} , X_{th} هر دو به R_1 , X'_2 , X_m , X_1 وابسته‌اند. از بین این پارامترهای مؤثر تغییر R_1 , X'_2 , X_m , X_1 چندان عملی نیست چون برای X_m باید تغییر ساختار (تغییر تعداد دور) داد و R_1 , X'_2 , X_1 را باید با یک راکتور و مقاومت خارجی سری کرد که راکتور پرهزینه است و افزایش مقاومت باعث افزایش تلفات می‌شود بنابراین تغییر این سه پارامتر مطرح نمی‌شود. لذا چهار پارامتر f , P , R'_2 , V_1 تأثیر گذارند که از این چهار پارامتر تأثیر فرکانس و تعداد قطب را در روش کنترل سرعت بیان می‌کنیم.

اثر تغییر ولتاژ تغذیه بر روی مشخصه $T-\omega(S)$:



شکل فوق ادعا می‌کند که S_{MT} با تغییر V_1 تغییری نمی‌کند زیرا طبق رابطه زیر S_{MT} مستقل از V_1 است.

$$S_{MT} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}$$

از طرفی T_{MAX} با مجذور V_1 متناظر است.

$$T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_{sync} \left[\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2} + R_{th} \right]}$$

یعنی با فرض ثابت بودن فرکانس

$$T \propto V_{th}^2, \quad V_{th} \propto V_1 \Rightarrow T_{MAX} \propto V_1^2$$

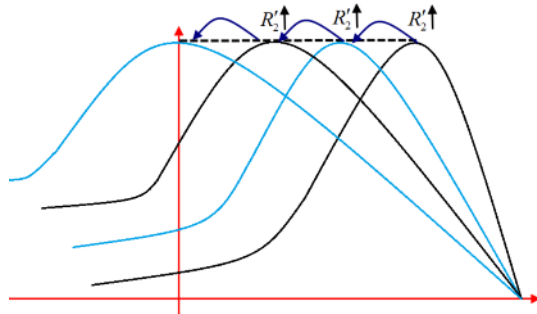
چون اگر فرکانس ثابت نباشد $\frac{jX_m}{jX_m + R_1 + jX_1}$ تغییر می کند.

نکته: افزایش ولتاژ موتور به بیش از ولتاژ نامی می تواند به عایق بندی سیم ها صدمه بزند یعنی مجاز نیستیم ولتاژ را به بیشتر از ولتاژ نامی افزایش دهیم اما اگر ولتاژ را کاهش دادیم مشکلی وجود ندارد.

پس در گشتاور بار ثابت هرچه ولتاژ ترمینال کمتر باشد لغزش زیادتر لذا سرعت کمتر می شود بنابراین یکی از روش های کنترل سرعت موتور القایی تغییر ولتاژ تغذیه استاتور است.

اثر تغییر R'_2 بر روی مشخصه $T - \omega(S)$:

تغییر R'_2 ، S_{MT} را تغییر می دهد اما T_{MAX} را تغییر نمی دهد. پس می توان با تغییر R'_2 کاری کرد که S_{MT} در راه اندازی رخ دهد یعنی گشتاور حداکثر در راه اندازی رخ دهد و یا گشتاور راه اندازی حداکثر شود ($S_{MT} = 1$).



تمرین: گشتاور راه اندازی را بر حسب تابعی از R'_2 بیان کرده و با مشتق گیری از آن نسبت به R'_2 ثابت کنید وقتی T_{Start} حداکثر است که $S_{MT} = 1$.

(راهنمایی: در رابطه T قرار می دهیم $S = 1$ لذا T تابعی از R'_2 می شود سپس نسبت به R'_2 از T مشتق می گیریم در این صورت R'_2 ای بدست می آید که در آن $S_{MT} = 1$ است.)

حل:

$$T_{Start} = T|_{S=1} = \frac{3R'_2 V_{th}^2}{\omega_{sync} \left[(R_{th} + R'_2)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right]}$$

$$\frac{dT_{Start}}{dR'_2} = 0 \rightarrow \frac{3V_{th} \left[\omega_{sync} \left[(R_{th} + R'_2)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right] \right] - 3R'_2 V_{th} (\omega_{sync} \times 2(1)(R_{th} + R'_2))}{\left[\omega_{sync} \left[(R_{th} + R'_2)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right] \right]^2} = 0$$

$$3V_{th} \left[\omega_{sync} \left[(R_{th} + R'_2)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right] \right] = 3R'_2 V_{th} (\omega_{sync} \times 2(1)(R_{th} + R'_2))$$

$$(R_{th} + R'_2)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 = 2(R_{th} + R'_2) R'_2$$

$$R_{th}^2 - R_2'^2 + (X_{th} + X'_2)^2 = 0$$

$$R'_2 = \pm \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}$$

$$S_{MT} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}$$

$$S_{MT} = 1 \rightarrow R'_2 = \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}$$

بنابراین $T_{Start MAX}$ زمانی رخ می دهد که $S_{MT} = 1$ باشد.

نکته: با افزایش R'_2 ، گشتاور راه اندازی زیاد می شود و جریان راه اندازی ورودی به موتور کاهش می یابد (چرا؟) چون از لحاظ مداری یکی از شاخه های موازی زیاد شود امیدانس زیاد می شود لذا ضریب قدرت در راه اندازی زیاد می شود. اما مقدار زیاد مقاومت روتور برای شرایط نامی به دلیل تلفات مسی زیاد این مقاومت منجر به کاهش راندمان می شود لذا در موتور القایی روتور سیم پیچی با استفاده از بانک سه فاز مقاومتی در مدار روتور مقدار R'_2 را در لحظه راه اندازی بالا تنظیم می کنند سپس آن را کاهش می دهند.

تمرین: تحقیق کنید $|S_{MT_motor}| = |S_{MT_generator}|$ $\rightarrow T_{MAX_generator} = T_{MAX_motor}$ $\& \text{ if } R_1 = 0$ $\rightarrow |S_{MT_motor}| = |S_{MT_generator}|$ \rightarrow حل: از قبل داشتیم:

$$\frac{R'_2}{S} = \pm \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{motor} : 0 < S < 1 \rightarrow S_{MT} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}} \\ \text{generator} : S < 0 \rightarrow S_{MT} = \frac{-R'_2}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}} \end{array} \right\} \rightarrow |S_{MT_motor}| = |S_{MT_generator}|$$

همچنین داشتیم:

$$T = \frac{3R'_2 V_{th}^2}{S \omega_{sync} \left[\left(R_{th} + \frac{R'_2}{S} \right)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right]}$$

که اگر در رابطه فوق مقدار در حالت موتوری باشیم داریم:

$$T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_{sync} \left[\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2} + R_{th} \right]}$$

اما اگر $S < 0$ باشد:

$$T = \frac{3R'_2 V_{th}^2}{S \omega_{sync} \left[\left(R_{th} + \frac{R'_2}{S} \right)^2 + (X_{th} + X'_2)^2 \right]}, \quad \frac{R'_2}{S_{MT}} = -\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}$$

$$\Rightarrow T_{MAX} = \frac{-3V_{th}^2 \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2}}{\omega_{sync} \left[\left(R_{th} + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2} \right)^2 + (X_{th} + X_2')^2 \right]}$$

$$\Rightarrow T_{MAX} = \frac{-3V_{th}^2 \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2}}{\omega_{sync} \left[R_{th}^2 + R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2 - 2R_{th} \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2} + (X_{th} + X_2')^2 \right]}$$

$$\Rightarrow T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2 \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2}}{2\omega_{sync} \left[R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2 - R_{th} \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2} \right]}$$

$$\Rightarrow T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2 \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2}}{2\omega_{sync} \left[\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2} \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2} - R_{th} \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2} \right]}$$

$$T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_{sync} \left[-\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2} + R_{th} \right]}$$

ملاحظه می‌شود که در مخرج یک عدد منفی با مثبت جمع شده لذا مخرج در رابطه فوق کوچک‌تر و گشتاور حداکثر بزرگ‌تر شده است پس می‌توان گفت:

$$|T_{MAX_{generator}}| > |T_{MAX_{motor}}|$$

اگر $R_1 = 0 \rightarrow |T_{MAX_{generator}}| = |T_{MAX_{motor}}|$ داریم:

$$Z_{th} = jX_m \parallel (R_1 + jX_1) = \frac{jX_m (R_1 + jX_1)}{jX_m + (R_1 + jX_1)}$$

$$if : R_1 = 0 \rightarrow R_{th} = 0 \quad , \quad X_{th} = \frac{X_m X_1}{X_m + X_1}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2R_2' V_{th}^2}{S \omega_{sync} \left[\left(\frac{R_2'}{S} \right)^2 + (X_{th} + X_2')^2 \right]}$$

لذا در حالت گشتاور حداکثر چه در حالت موتوری و چه در حالت ژنراتوری باشیم مقدار S به توان ۲ همواره مثبت است

$$لذا \quad |T_{MAX_{generator}}| = |T_{MAX_{motor}}| \text{ است.}$$

۹۰/۱۰/۸ جلسه هفدهم

تمرین: ثابت کنید اگر در یک موتور القایی سه فاز با لغزش S ، جای دو فاز را عوض کنیم مقدار لغزش بلافاصله پس از این جابه‌جایی برابر با $(2 - S)$ خواهد بود.

اثبات:

در حالت موتوری داریم:

$$S = \frac{\omega_{sync} - \omega_{rot}}{\omega_{sync}} \Rightarrow \omega_{rot} = (1 - S)\omega_{sync}$$

ω_{sync} سرعت میدان دوار است و پس از جابه‌جایی دو فاز تبدیل به ω_{sync} می‌شود (از ثابت زمانی الکتریکی در برابر ثابت زمانی مکانیکی صرف‌نظر کنید) و سرعت روتور به دلیل اینرسی روتور نمی‌تواند آنی تغییر کند پس همان ω_{rot} خواهد ماند.

$$S_{new} = \frac{-\omega_{sync} - \omega_{rot}}{-\omega_{sync}} = 1 + \frac{\omega_{rot}}{\omega_{sync}} = 1 + (1 - S_{motor}) = 2 - S_{motor}$$

که در اینجا S_{new} ، S ترمزی است.

رابطه تقریبی گشتاور با صرف‌نظر از مقاومت اهمی استاتور

یعنی $R_1 = 0$ فرض شود که این فرض در فرکانس نامی صحیح است زیرا می‌توان از R_1 در برابر X_1 صرف‌نظر کرد اما در فرکانس‌های پایین نمی‌توان چنین فرضی داشت.

$$R_1 = 0 \rightarrow R_{th} = 0$$

$$T = \frac{3R_2'V_{th}^2}{S\omega_{sync} \left[\left(\frac{R_2'}{S} \right)^2 + (X_{th} + X_2')^2 \right]}$$

$$T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_{sync}} \times \frac{1}{R_{th} + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2}} \xrightarrow{R_1=0} T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_{sync}} \times \frac{1}{X_{th} + X_2'}$$

نکته:

$$if : X_1 = R_1 = 0 \rightarrow V_{th} = V_1, X_{th} = R_{th} = 0$$

می‌خواهیم اثبات کنیم:

$$S^2 \ll S_{MT}^2 \rightarrow \frac{T}{T_{MAX}} = \frac{2SS_{MT}}{S^2 + S_{MT}^2}$$

نکته: S خیلی کوچک باشد:

$$\frac{T}{T_{MAX}} = \frac{2S}{S_{MT}}$$

که رابطه فوق یک رابطه خطی است.

نکته: S خیلی بزرگ باشد.

$$S^2 \gg S_{MT}^2 \rightarrow \frac{T}{T_{MAX}} = \frac{2S_{MT}}{S}$$

اثبات:

$$S_{MT} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}} \xrightarrow{R_1=0} S_{MT} = \frac{R'_2}{X_{th} + X'_2} \Rightarrow X_{th} + X'_2 = \frac{R'_2}{S_{MT}}$$

$$\frac{T}{T_{MAX}} = \frac{2 \frac{R'_2}{S}}{\left(\frac{R'_2}{S}\right) + \left(\frac{R'_2}{S_{MT}}\right)} \times \frac{R'_2}{S_{MT}} = \frac{2}{SS_{MT}} \times \frac{S^2 S_{MT}}{S^2 + S_{MT}^2} = \frac{2SS_{MT}}{S^2 + S_{MT}^2}$$

نکته: در صورتی که نسبت فوق بزرگتر از صفر باشد اشتباه است.

نکته:

$$\begin{cases} \frac{T_{Start}}{T_{MAX}} = \frac{2S_{MT}}{1 + S_{MT}^2} \\ S = 1 \end{cases}$$

نکته:

$$\frac{T}{T_{Start}} = \frac{\frac{T}{T_{MAX}}}{\frac{T_{Start}}{T_{MAX}}} = \frac{\frac{2SS_{MT}}{S^2 + S_{MT}^2}}{\frac{2S_{MT}}{1 + S_{MT}^2}} = \frac{S(1 + S_{MT}^2)}{S^2 + S_{MT}^2}$$

اثبات کنید اگر یک موتور القایی بار اول با ولتاژ V_1 و فرکانس f_1 و بار دوم با ولتاژ V_2 و فرکانس f_2 تغذیه شود در مورد نسبت گشتاورهای حداکثر و نسبت گشتاورهای راه اندازی در دو حالت به ترتیب داریم:

با فرض $R_1 = 0$

$$1) \quad \frac{T_{MAX2}}{T_{MAX1}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2$$

بافرض $R_1 = 0$ و صرف نظر از R'_2 در برابر $X_{th} + X'_2$

$$2) \quad \frac{T_{Start2}}{T_{Start1}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^3$$

اثبات ۱:

$$T_{MAX} = \frac{3V_{th}^2}{2\omega_{sync}} \times \frac{1}{X_{th} + X'_2}$$

مخرج دو کسر فوق هرکدام با فرکانس رابطه مستقیم دارد لذا:

$$T_{MAX} \propto \frac{1}{f^2}$$

و داشتیم:

$$V_{th} = V_{OC} = \frac{jX_m}{jX_m + jX_1} V \Rightarrow T \propto V^2$$

پس خواهیم داشت:

$$T_{MAX} \propto \frac{V^2}{f^2}$$

اثبات ۲:

$$T_{Start} = \frac{3V_{th}^2}{\omega_{sync} (X_{th} + X'_2)^2} \Rightarrow T_{Start} \propto \frac{V^2}{f^3}$$

آزمایش‌های تعیین پارامترهای موتور القایی سه فاز

نکته: در موتور القایی انجام آزمایش DC الزامی است.

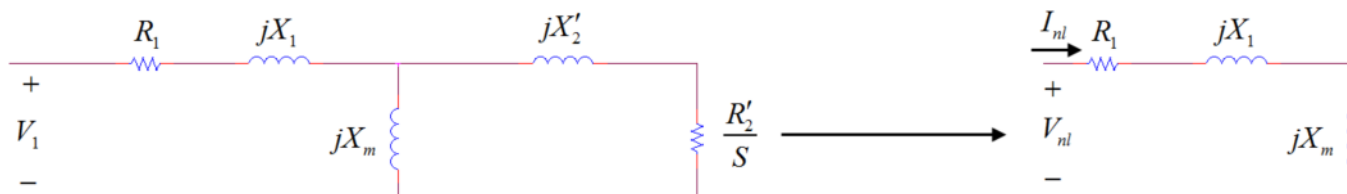
در ترانس دو حالت حدی داشتیم در اینجا هم مشابه‌اش را داریم:

(۱) آزمون مدار باز $S \rightarrow 0$

(۲) آزمون روتور قفل شده $S = 1$

(۱) آزمایش بی‌باری (NLT (No Load Test

این آزمایش مشابه آزمون مدار باز در ترانس است. استاتور را با ولتاژ و فرکانس نامی تغذیه می‌کنیم و موتور را بی‌بار می‌گذاریم ($T_{Load} = 0$) در این صورت موتور با سرعتی برابر سرعت سنکرون خواهد چرخید ($S = 0$).

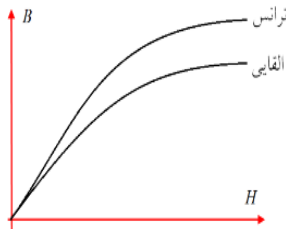


در اینجا تمام توانی که وات‌متر قرائت می‌کند صرف تلفات الکتریکی نمی‌شود و قسمتی از آن صرف تلفات مکانیکی می‌شود و تلفات مکانیکی در مدار مدل نشده است.

$$P_{3\phi} = 3R_1 I_{nl}^2 \times \times \rightarrow P_{3\phi} = 3R_1 I_{nl}^2 + P_{rot}$$

توجه شود که توانی که وات‌متر در حالت کلی می‌خواند برابر تلفات فوق در رابطه دوم نیست. فرض کنیم R_1 را از آزمایش DC داشته باشیم در این صورت از آزمایش بی‌باری می‌توان P_{rot} را بدست آورد ضمناً چون ولتاژ و فرکانس در این آزمایش نامی است بنابراین تلفات هسته نامی است بنابراین P_{rot} برابر P_{rot} در شرایط واقعی است.

در آزمایش بی‌باری موتور القایی اجازه صرف‌نظر کردن از افت ولتاژ روی $(R_1 + jX_1)I_{nl}$ را نداریم (چرا؟) برای این جمله مشخصه مغناطیسی نوعی یک ترانس را با یک موتور القایی مقایسه می‌کنیم:



در ماشین القایی به دلیل وجود فاصله هوایی بین اولیه و ثانویه (همان استاتور و روتور) دو پدیده ظاهر می شود: (۱) رلوکتانس مسیر شار پیوندی افزایش می یابد و بنابراین به ازای جریان ثابت شار کمتری خواهیم داشت و لذا مشخصه خطی تر و هسته زودتر اشباع می شود.

$$\uparrow R \rightarrow L_m \uparrow \rightarrow L_{m_{motor}} < L_{m_{transformer}}$$

همچنین وجود فاصله هوایی شار نشت را افزایش داده و موجب افزایش راکتانس نشت می شود لذا از راکتانس نشت هم نمی توان صرف نظر کرد.

همچنین جریان بی باری ماشین القایی بین ۳۰ تا ۵۰ درصد جریان نامی می تواند باشد در صورتی که در ترانس جریان بی باری ۳ تا ۵ درصد است. لذا جریانی بی باری زیاد می شود پس نمی توان از $(R_1 + jX_1)I_{nl}$ صرف نظر کرد. توجه شود که کمیت های فوق کمیت های سه فاز هستند اما باید کمیت های سه فاز را به کمیت های برفاز تبدیل کنیم. تذکر: مقادیری که در مسائل داده می شود مقادیر سه فاز است مگر آن که خلاف آن ذکر شود. در صورتی که اتصال استاتور ستاره باشد:

$$P_\phi = \frac{P_{3\phi}}{3}, \quad V_\phi = \frac{V_{L-L}}{\sqrt{3}}, \quad I_\phi = I_L$$

و اگر اتصال استاتور مثلث باشد:

$$P_\phi = \frac{P_{3\phi}}{3}, \quad V_\phi = V_{L-L}, \quad I_\phi = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

از این آزمایش می توان $X_1 + X_m$ را بدست آورد (اما R_1 را نمی توان) زیرا این مدار به شدت سلفی است و ضریب قدرت نزدیک به صفر است لذا می توان راکتانس $X_1 + X_m$ را برابر با اندازه امپدانس V_ϕ / I_ϕ قرار داد یعنی:

$$X_1 + X_m = \frac{V_\phi}{I_\phi}$$

در ترانس R_C ، X_m را می توانستیم تعیین کنیم اما در موتور $X_1 + X_m$ تعیین می شود و R_C در توان P_{C_s} ، P_{C_r} گنجانده شده است.

آزمایش روتور قفل شده (Locked Rotor Test) :LRT

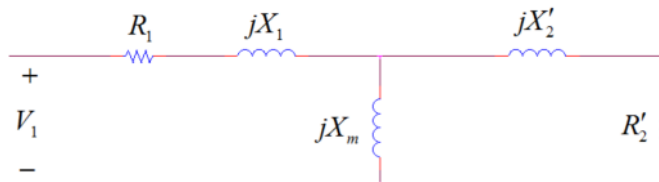
در این آزمایش ولتاژ کمتر از ولتاژ نامی اعمال شده به استاتور است و روتور را با دست یا یک وسیله مکانیکی قفل می کنیم ($\omega_{rot} = 0$, $S = 1$)، و ولتاژ اعمالی را تاجایی افزایش می دهیم تا جریان نامی شود. در صورتی که ولتاژ نامی باشد موتور می سوزد. در این آزمایش توان مکانیکی خروجی به دلیل سرعت صفر برابر صفر است و بنابراین قرائت وات متر تلفات

الکتریکی کل سیستم را نشان می‌دهد و ضمناً همانطور که گفته شد، چون روتور قفل شده است، P_{rot} قابل صرف نظر کردن است لذا

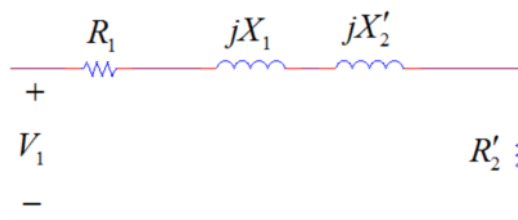
تلفات مسی استاتور + تلفات مسی روتور = قرائت وات‌متر

و همچنین در جریان نامی، تلفات مسی نامی اندازه‌گیری می‌شود.

از دیدگاه مداری صرف نظر از jX_m در برابر $R'_2 + jX'_2$ امکان پذیر نیست:



اما در ترانس صرف نظر می‌کردیم، یعنی:



لذا خواهیم داشت:

$$P_{3\phi} = 3(R_1 + R'_2)I_1^2$$

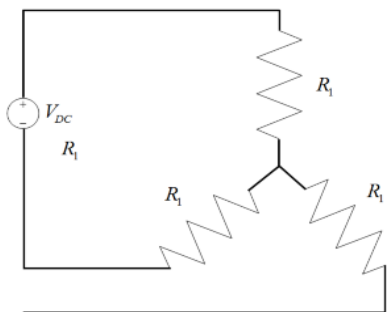
پس می‌توان مقدار فوق را با داشتن R_{1DC} , R'_2 بدست آورد. برای $X'_2 + X_1$ باید گفت که اهمیت تفکیک X'_2, X_1 در موتور القایی نسبت به تفکیک آن‌ها در ترانس بیشتر است زیرا در موتور القایی jX_m را نمی‌توان به ابتدای مدار انتقال داد بنابراین، بسته به نوع کلاف روتور با استفاده از جدول $X'_2 + X_1$ ، مقدار X'_2, X_1 تعیین می‌شود. حال دوباره بازمی‌گردیم با آزمایش NLT زیرا در این آزمایش مقدار $X_1 + X_m$ را بدست آورده‌ایم (توجه شود که آزمایش‌ها از هم جدا نیستند)، لذا با داشتن X_1 ، از مقدار $X_1 + X_m$ می‌توان X_m را تعیین کرد.

آزمایش DC

از این آزمایش برای تعیین مقاومت استاتور (R_1) استفاده می‌شود. برای اینکه مقدار صحیحی برای R_1 بدست آید، دو اصلاح

باید انجام شود (۱) اصلاح حرارتی (۲) اصلاح فرکانسی

برای اینکه به اصلاح حرارتی نیاز نباشد می‌توان این آزمایش را بلافاصله پس از آزمایش روتور قفل شده انجام داد چون در این آزمایش حرارت بالا است و روش دیگر این است که ولتاژ اعمالی DC مقداری داشته باشد که جریان عبوری DC برابر مقدار rms جریان نامی شود. همچنین در این آزمایش مقدار فرکانس صفر است.



اگر اتصال استاتور ستاره باشد:

$$2R_1 = \frac{V_{DC}}{I_{DC}} \rightarrow R_1 = \frac{1}{2} \times \frac{V_{DC}}{I_{DC}}$$

اگر اتصال استاتور مثلث باشد.

$$\frac{2}{3} \times R_1 = \frac{V_{DC}}{I_{DC}} \rightarrow R_1 = \frac{3}{2} \times \frac{V_{DC}}{I_{DC}}$$

نکته: مقدار R_1 از مقاومت بدست آمده از آزمایش DC بیشتر است به دلیل اینکه تلفات چرخشی به آن وارد می شود.

۹۰/۱۰/۱۴ جلسه هجدهم

مثال: روتور یک موتور القایی سه فاز را باز پیچی می کنیم به نحوی که مقطع سیم های به کار رفته نصف مقطع سیم های حالت قبلی است و تعداد دور سیم پیچی جدید نصف تعداد دور حالت قبل است. مطلوب است:

الف) مقایسه گشتاورهای حداکثری در دو حالت.

ب) مقایسه گشتاورهای راه اندازی در دو حالت.

نکته: روابطی که قبلاً نوشتیم براساس مدار معادل ارجاع داده شده به سمت استاتور است، اما اینجا باید بدانیم که R_2, X_2 که واقعیت ماشین هستند چگونه تغییر کرده اند.

$$\left(\frac{N_{S\ new}}{N_{r\ new}} \right)^2 = 9 \left(\frac{N_{S\ old}}{N_{r\ old}} \right)^2$$

همچنین داریم:

$$A \rightarrow \frac{1}{2} A, N_r \rightarrow 3, R_2 = \frac{\rho l}{A}$$

می توان گفت که R_2 شش برابر شده اما R'_2 ، $\frac{2}{3}$ برابر شده است.

و

$$L_{new} = \frac{N^2}{R} = 9L_{old}$$

یعنی L_2 تغییر کرد اما L'_2 ثابت باقی ماند.

تغییر مقاومت روتور تأثیری روی گشتاور حداکثر ندارد.

گشتاور راه اندازی وابسته به R'_2 است و به ازای یک مقدار خاص آن گشتاور راه اندازی بیشینه است و با زیاد شدن R'_2 مقدار گشتاور راه اندازی زیاد می شود بنابراین در این سوال چون مقدار R'_2 کاهش یافته است لذا گشتاور راه اندازی کم می شود.

نکته: در مورد سوالاتی که پارامترهای ماشین را نمی دهند ولی سرعت را در گشتاور بار کامل می دهند و سرعت را در

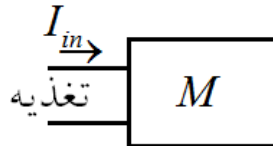
گشتاور نصف بار را می خواهند فرض می کنیم در ناحیه خطی هستیم یعنی $T\alpha S$.

نکته: حداقل سرعتی که موتور در آن دارای نقطه کار پایدار است نقطه متناظر با S_{MT} است.

روش‌های راه‌اندازی موتور القایی سه‌فاز

شیوه راه‌اندازی ژنراتور همانند موتور است لذا حالت موتوری را فرض می‌کنیم.

در راه‌اندازی $R'_2 = R'_2 \rightarrow S=1$ ، پس امپدانس ورودی از دید تغذیه استاتور بسیار کوچک است بنابراین جریان بزرگی از شبکه کشیده می‌شود که هم موجب افت ولتاژ در شبکه و صدمه به سایر مصرف‌کننده‌ها و هم ایجاد تلفات مسی بالا در موتور می‌شود. برای مدار معادل برفاز داریم:



برای کاهش I_{in} باید ولتاژ اعمال شده کم شود یا Z_{in} (امپدانس داخلی موتور) زیاد شود. اگر ماشین روتور سیم‌پیچی شده باشد و مقاومت روتور را در راه‌اندازی زیاد کنیم، Z_{in} افزایش می‌یابد لذا جریان I_{in} کاهش پیدا می‌کند. همچنین با کاهش ولتاژ ورودی به وسیله سلف (راکتور) و یا اتوترانس، می‌توان میزان Z_{in} افزایش داد لذا جریان I_{in} کاهش می‌یابد.

۱- روش راه‌اندازی مستقیم (DOL (Direct on line):

روش‌های دیگر راه‌اندازی نسبت به این روش سنجیده می‌شوند.

در این روش موتور مستقیماً به منبع ولتاژ متصل است لذا جریان زیادی را از شبکه می‌کشد.

$$T_{Start} = \frac{P_{ag, Start}}{\omega_{sync}} \rightarrow T_{Start} = \frac{3R'_2 I_2'^2}{\omega_{sync}}, \quad T_{fl} = \frac{3 \frac{R'_2}{S_{fl}} I_2'^2}{\omega_{sync}}$$

با صرف نظر از جریان مغناطیس‌کنندگی، $I_1 = I_2'$ (جریانی که از شبکه دریافت می‌شود و قابل اندازه‌گیری است).

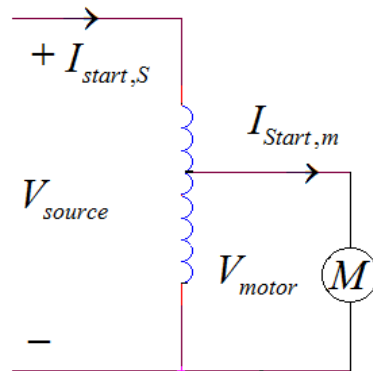
$$\frac{T_{Start}}{T_{fl}} = \left(\frac{I_{Start}}{I_{fl}} \right)^2 S_{fl}$$

در رابطه فوق ω_{sync} در دو حالت برابر فرض شده است.

در رابطه فوق مشاهده می‌شود که با کم شدن I_{Start} ، T_{Start} نیز کم می‌شود و در صورتی که از یک مقدار خاصی کم شود ممکن است در زیر بار بماند و راه‌اندازی نشود.

۲- راه اندازی به کمک اتوترانس:

در این روش ولتاژ رسیده به موتور را به کمک اتوترانس کاهش می دهیم مثلاً بدین منظور تپ اتوترانس را در ۷۰٪ ولتاژ ورودی قرار می دهیم و بعد از راه اندازی تپ اتوترانس را در ۱۰۰٪ قرار می دهیم.



فرض کنید تپ اتوترانس روی $\frac{x}{100}$ باشد:

$$V_{motor} = \frac{x}{100} V_{source}$$

$$I_{Start,m} = \frac{x}{100} I_{Start,m}^{DOL}$$

می خواهیم جریان دریافتی از شبکه در حالت راه اندازی با اتوترانس را با حالت DOL مقایسه کنیم:

$$I_{Start,source} = \frac{x}{100} I_{Start,m}^{DOL}$$

$$I_{Start,source} = \left(\frac{x}{100}\right)^2 I_{Start,source}^{DOL}$$

ملاحظه می شود جریانی که موتور از شبکه دریافت می کند، در راه اندازی اتوترانسی به نسبت $\frac{x}{100}$ کاهش پیدا می کند ولی

جریان DOL به نسبت $\left(\frac{x}{100}\right)^2$ (هم جریان موتور کم شده و هم طبق رابطه اتوترانس کاهنده جریان ورودی کاهش پیدا کرده است.) کاهش پیدا می کند.

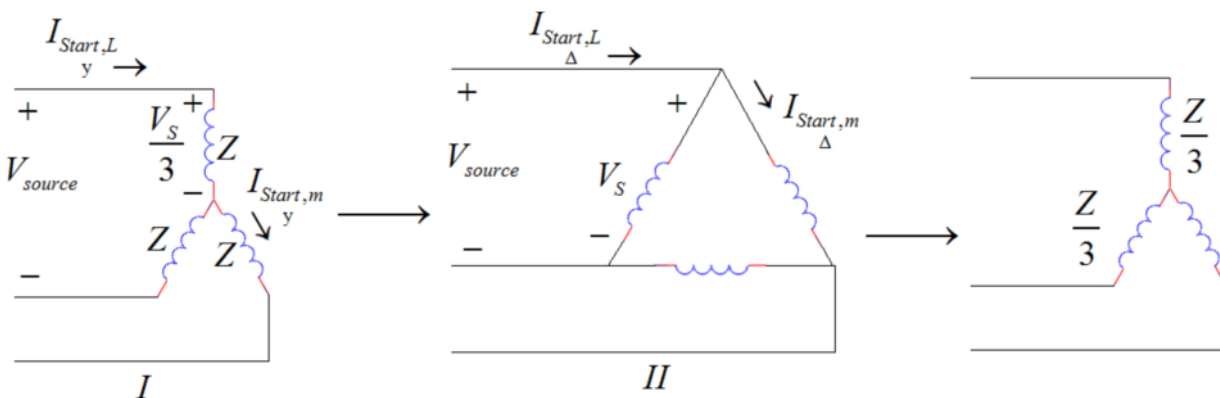
لذا گشتاور راه اندازی به نسبت $\left(\frac{x}{100}\right)^2$ کم می شود که یک جنبه منفی است زیرا اگر جریان از یک مقدار کمتر شود راه اندازی طولانی می شود یا موتور راه نمی افتد و چون شتاب زاویه ای وابسته به گشتاور برآیند است ($\sum T = J\alpha$) لذا باعث تولید حرارت زیاد در موتور می شود.

از دید منبع ولتاژ: ولتاژ منبع ثابت است و امپدانس به نسبت $\left(\frac{100}{x}\right)^2$ زیاد می شود بنابراین جریان شبکه به نسبت $\left(\frac{x}{100}\right)^2$ کم شده است.

نکته: توجه شود که در رابطه گشتاور جریان های موجود جریان موتور است یعنی جریان شبکه نیست.

۳- راه اندازی ستاره - مثلث:

در این روش اتصال استاتور ابتدا به صورت ستاره است و پس از راه اندازی اتصال استاتور توسط کنتاکتور به مثلث تبدیل می شود.



در حالت I ولتاژ اعمالی که به هر فاز موتور می رسد $\frac{V_s}{\sqrt{3}}$ است و در حالت II ، V_s است. و در حالت اول جریان موتور برابر جریان راه اندازی است اما در حالت دوم جریان موتور $\frac{\sqrt{3}}{3}$ جریان راه اندازی است.

$$\left. \begin{aligned} I_{Start,m_y} &= \frac{\sqrt{3}}{3} I_{Start,m_\Delta} \\ I_{Start,L_y} &= I_{Start,m_y} \\ I_{Start,L_\Delta} &= \sqrt{3} I_{Start,m_\Delta} \end{aligned} \right\} \rightarrow I_{Start,L_y} = \frac{1}{3} I_{Start,L_\Delta}$$

اثبات مداری:

در اتصال ستاره امپدانس هر فاز ستاره Z است اما در اتصال مثلث امپدانس هر فاز ستاره معادل $\frac{Z}{3}$ است لذا جریان خط در اتصال مثلث سه برابر است.

تمرین: ثابت کنید راه اندازی ستاره - مثلث مشابه راه اندازی با اتوترانسی است با تپ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ است.

۴- افزودن مقاومت در مدار روتور (مختص روتور سیم پیچی شده)

۵- سری کردن مقاومت یا راکتور با استاتور

در این حالت از دید موتور ولتاژ منبع کم می شود و امپدانس تغییری نمی کند اما از دید شبکه فقط امپدانس داخلی روتور زیاد می شود.

تمرین: دانشجویی برای بدست آوردن شرط راندمان حداکثر در موتور القایی سه فاز، مدار معادل تونن را از دیدگاه روتور رسم کرده و برای توان ورودی نوشته است:

$$P_{in} = 3V_{th}I_2' \cos \varphi$$

الف) این روش چه مشکلی دارد.

ب) روش صحیح بدست آوردن راندمان در موتور القایی سه فاز را بنویسید

ج) با صرف نظر از جریان مغناطیس کنندگی ثابت کنید در موتور القایی سه فاز نیز همانند ترانس راندمان تحت شرایطی بیشینه است که تلفات ثابت و متغیر با هم برابر باشد.

د) عبارت $S_{M\eta}$ را بدست آورید.

الف) داشتیم:

$$P_{in} = 3V_1 I_1 \cos \varphi$$

و رابطه $P_{in} = 3V_{th} I_2' \cos \varphi$ اشتباه است زیرا در مدار معادل تونن کمیات استاتور گم می شوند یعنی:

$$V_1 \neq V_{th} \quad , \quad I_1 \neq I_2'$$

ب)

$$P_{in} = 3V_1 I_1 \cos \varphi$$

$$P_{out} = P_{in} - P_{rot} - P_{Cus} = 3V_1 I_1 \cos \varphi - 3(R_1 + R_2') I_1^2 - P_{rot}$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{3V_1 I_1 \cos \varphi}{3V_1 I_1 \cos \varphi - 3(R_1 + R_2') I_1^2 - P_{rot}}$$

ج)

$$\eta = \frac{3V_1 I_1 \cos \varphi}{3V_1 I_1 \cos \varphi - 3R_1' I_1^2 - P_{rot}}$$

$$\left. \frac{d\eta}{dI_1} \right|_{\varphi=cte} = 0$$

$$3V_1 \cos \varphi (3V_1 I_1 \cos \varphi - 3R_1' I_1^2 - P_{rot}) - 3V_1 I_1 \cos \varphi (3V_1 \cos \varphi - 6R_1' I_1) = 0$$

$$(3V_1 I_1 \cos \varphi - 3R_1' I_1^2 - P_{rot}) - I_1 (3V_1 \cos \varphi - 6R_1' I_1) = 0$$

$$3V_1 I_1 \cos \varphi - 3R_1' I_1^2 - P_{rot} - 3V_1 I_1 \cos \varphi + 6R_1' I_1^2 = 0$$

$$3R_1' I_1^2 = P_{rot}$$

تمرین: دانشجویی برای بدست آوردن شرط ضریب توان ورودی حداکثر مدار معادل تونن را رسم کرده و نتیجه گرفته هرچه لغزش کوچکتر باشد مدار تونن مقاومتری تر بوده و ضریب توان به واحد نزدیکتر است. آیا این نتیجه درست است یا خیر؟ چرا؟

اینکه هرچه لغزش کوچکتر باشد مدار معادل مقاومتری تر است درست است اما همانطور که گفته شد در مدار معادل پارامترهای سمت استاتور گم می شوند. ضریب توان نیز جز پارامترهای استاتور است و از روی مدار معادل تونن نمی توان برای آن اظهار نظر کرد.

روش‌های کنترل سرعت ماشین‌های القایی سه‌فاز

با توجه به رابطه زیر ملاحظه می‌شود که برای کنترل سرعت موتور القایی سه‌فاز دو روش بیشتر وجود ندارد کنترل لغزش یا کنترل سرعت سنکرون.

$$\omega_{rot} = (1 - S)\omega_{sync}$$

روش‌های کنترل سرعت سنکرون:

داریم:

$$\omega_{sync}^{rpm} = \frac{120f}{P}$$

لذا فقط با ۱- تغییر فرکانس و ۲- تغییر تعداد قطب می‌توان سرعت سنکرون را کنترل کرد.

روش‌های کنترل لغزش:

۳- تغییر دامنه ولتاژ اعمالی به استاتور.

۴- تغییر مقاومت، روتور سیم‌پیچی شده.

۵- تزریق ولتاژ به مدار روتور در موتور روتور سیم‌پیچی شده.

۱- تغییر تعداد قطب

در صورت تغییر تعداد قطب، تغییرات سرعت به صورت پیوسته صورت نمی‌گیرد. همچنین برای تولید گشتاور ماندگار غیر صفر در موتور باید تعداد قطب استاتور و روتور برابر باشد و این، موقعی اتفاق می‌افتد که موتور، روتور قفسی سنجابی باشد زیرا در این روتور تعداد قطب‌ها به صورت خودکار برابر تعداد قطب‌های استاتور می‌شود.

۲- تغییر فرکانس تغذیه استاتور

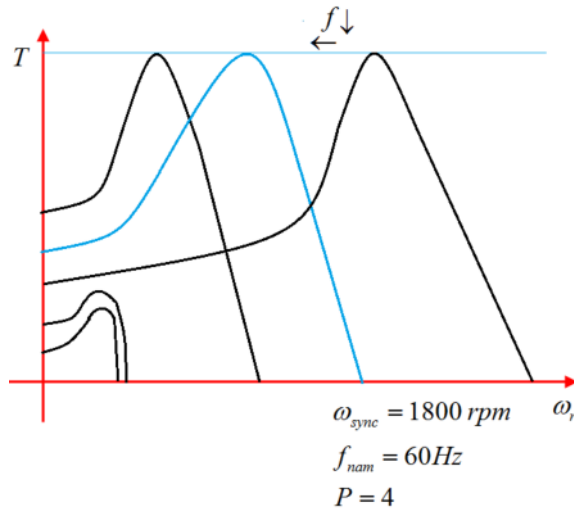
یکی از مزایای این روش این است که تغییر فرکانس به صورت پیوسته است لذا سرعت به صورت پیوسته تغییر می‌کند. با کم شدن فرکانس سرعت سنکرون کم می‌شود و برعکس.

در ولتاژ ثابت در صورتی که فرکانس کم شود طبق رابطه $V = E = 4.44 f N_A B_{MAX}$ افزایش می‌یابد لذا مشخصه وارد ناحیه اشباع می‌شود یعنی افزایش زیادی در H ، پس افزایش زیادی در جریان مغناطیس‌کنندگی بوجود می‌آید و باعث افزایش جریان ورودی به استاتور می‌شود در نهایت تلفات زیاد می‌شود در نتیجه اگر بخواهیم فرکانس را کم کنیم باید مقدار V را هم کنیم بطوری که $\frac{V}{f}$ ثابت بماند.

با زیاد شدن فرکانس در ولتاژ ثابت، B_{MAX} کم می‌شود بنابراین وارد ناحیه خطی می‌شود یعنی وارد ناحیه تضعیف شار وارد می‌شود.

نکته: توجه کنید که در صورت افزایش فرکانس نمی‌توانیم مقدار $\frac{V}{f}$ را ثابت نگه داریم زیرا با افزایش ولتاژ به بیشتر از ولتاژ نامی باعث صدمه زدن به موتور می‌شویم.

رسم مشخصه $T-\omega$ خروجی موتور القایی تحت کنترل ولتاژ و فرکانس



با فرض صرف نظر از R_1 در برابر X_1 و از R'_2 در برابر $X_{th} + X'_2$ داریم:

$$\frac{T_{MAX2}}{T_{MAX1}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2, \quad \frac{T_{Start2}}{T_{Start1}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^3$$

نکته: با کم شدن فرکانس سرعت سنکرون کم می شود و گشتاور راه اندازی مقدار بیشینه را دارد (البته تا یک مقدار خاص فرکانس).

نکته: در صورتی که فرکانس کم شود بعد از یک مقدار خاص دیگر نمی شود از R_1 در برابر X_1 صرف نظر کرد بلکه می توان از X_1 در برابر صرف نظر کرد که باعث می شود روابط فوق برقرار نباشد.

نکته: با کم شدن فرکانس میزان S_{MT} زیاد می شود زیرا داشتیم:

$$S_{MT} = \frac{R'_2}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X'_2)^2}}$$

که با کم شدن فرکانس راکتانس ها کم می شود.

نکته: کمترین سرعتی که ماشین در آن کار می کند:

$$\omega_r = (1 - S_{MT}) \omega_{sync}$$

در شکل نیز ملاحظه می شود که از یک مقداری گشتاور راه اندازی کمتر می شود.

سوال: مطلوب است تعیین فرکانس بهینه استاتور برای داشتن بیشینه گشتاور راه اندازی تحت روش $\frac{V}{f} = cte$.

به صورت تقریبی از جریان مغناطیس کنندگی صرف نظر می کنیم لذا داریم:

$$X_m \rightarrow \infty \rightarrow \begin{cases} V_{th} = V_1 \\ X_{th} = X_1 \\ R_{th} = R_1 \end{cases}$$

$$T_{Start} = \frac{3R'_2(V_1^2 \alpha f^2)}{(\omega_{sync} \alpha f) \left[(R_1 + R'_2)^2 + ((X_1 \alpha f) + (X'_2 \alpha f))^2 \right]}$$

$$\frac{V_1}{f} = cte \rightarrow V_1 = kf$$

$$T_{Start} \propto \frac{f^2}{f \left[(R_1 + R'_2)^2 + 4\pi^2 f^2 (L_1 + L'_2)^2 \right]}$$

$$if \begin{cases} f \text{ is big} \rightarrow T_{Start} \propto \frac{1}{f} \\ f \text{ is small} \rightarrow T_{Start} \propto f \end{cases}$$

$$\frac{dT_{Start}}{df} = 0 \rightarrow (R_1 + R'_2)^2 + 4\pi^2 f^2 (L_1 + L'_2)^2 = 8\pi^2 f (L_1 + L'_2)^2$$

$$\rightarrow 4\pi^2 f^2 (L_1 + L'_2)^2 = (R_1 + R'_2)^2$$

$$\rightarrow f_{opt} = \frac{1}{2\pi} \frac{R_1 + R'_2}{L_1 + L'_2}$$

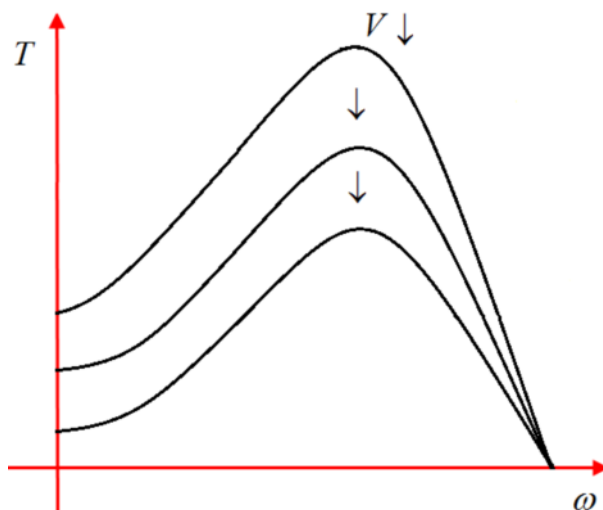
$$V_{opt} = kf_{opt} = \frac{V_{1nam}}{f_{1nam}} f_{opt}$$

مقدار T_{Start} زمانی بیشینه است که $L_1 + L'_2 = R_1 + R'_2$ باشد.

نکته: در صورتی که فرکانس را کم کنیم، S_{MT} زیاد می شود. همچنین لغزش زیاد می شود و سرعت سنکرون نیز کم می شود.

۳- تغییر دامنه ولتاژ اعمالی به استاتور.

مقدار ولتاژ را نمی توان از مقدار نامی بیشتر کرد زیرا به سیم پیچی موتور آسیب می رساند. این روش نسبت به تغییر فرکانس یک مزیت دارد و آن هم راحتی تغییر ولتاژ نسبت به تغییر فرکانس است.



$$T \propto V_{th}^2, \quad V_{th} \propto V_1 \rightarrow T \propto V_1$$

یعنی با تغییر ولتاژ تنها مقیاس، مشخصه خروجی تغییر می کند.

$$\text{if } V \rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow T \rightarrow \frac{1}{4}$$

معایب این روش آن است که تغییرات سرعت با توجه به تغییرات ولتاژ چندان زیاد نخواهد بود و همچنین سرعت نمی توان از سرعت نامی بیشتر کرد و با کاهش ولتاژ جریان افزایش پیدا می کند و تلفات افزایش می یابد.
نکته: فرض کنید:

$$\left. \begin{array}{l} R_1 = X_1 = X_2' = 0 \\ X_m \rightarrow \infty \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_1 = I_2' \\ I_m = 0 \end{array} \right.$$

در این حالت فرض کنید ولتاژ ۳۰٪ افت داشته باشد و گشتاور بار هم ثابت باشد (T_L افقی باشد) داریم:

$$V_{new} = 0.7 V_{old}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{\frac{R_2'}{S}} = \frac{V_1 S}{R_2'}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\frac{3R_2'}{S} I_1^2}{\omega_{sync}} = cte \rightarrow \frac{R_2'}{S} I_1 = cte$$

$$\rightarrow \frac{R_2'}{S} \frac{V_1^2 S^2}{R_2'^2} \rightarrow V_1^2 S = cte$$

$$\xrightarrow{V_{new}=0.7V_{old}} S_{new} = \frac{1}{0.49} S_{old} = 2S_{old}$$

$$\rightarrow I_{1new} = 1.4 I_{1old}$$

یعنی ولتاژ ۳۰٪ کاهش و جریان ۴۰٪ افزایش داشته است.

$$P_{Cu \text{ rotor } new} = 1.96 P_{Cu \text{ rotor } old}$$

طبق این مثال در صورتی که ولتاژ به هر دلیل افت کند، نشان می دهد که ممکن است به ماشین آسیب برساند.

۴- تغییر مقاومت، روتور سیم پیچی شده.

فرض کنید گشتاور با ثابت (مستقل از سرعت) باشد در این صورت اگر R_2' را زیاد کنیم (R_2' را نمی توان کم کرد)، S هم زیاد می شود چنانکه T_L ثابت باشد $\frac{R_2'}{S}$ ثابت می ماند. یعنی از لحاظ مداری تغییری احساس نمی شود و گشتاور ثابت می ماند.

اگر گشتاور بار ثابت داشته باشیم و R_2' را زیاد کنیم، تلفات مسی روتور چه تغییری می کند؟

$$T = cte \rightarrow P_{ag} = cte \quad P_{Cu_s} = cte \quad P_{in} = cte$$

$$f_r \uparrow = S f_{r_0} \uparrow \quad E_r \uparrow = S E_{r_0} \uparrow$$

$$P_{dev} \downarrow = (1 - S \uparrow) P_{ag}$$

$$\eta = \frac{P_{out} \uparrow}{P_{in}} \rightarrow P_{Cu_r} \uparrow$$

۵- تزریق ولتاژ به مدار روتور در موتور سیم پیچی شده.

۹۰/۱۰/۱۸ جلسه بیستم

مثال: یک موتور القایی سه فاز $440V, 60Hz$ را با منبع سه فاز $220V, 30Hz$ راه اندازی می کنیم. نسبت جریان های راه اندازی و گشتاور را بدست آورید.

$$\frac{V}{f} = cte \rightarrow T_{Start} \propto \frac{1}{f}$$

$$T_{Start30} = 2T_{Start60}$$

چون هم راکتانس ها نصف شده است و هم ولتاژها لذا نسبت جریان ها ثابت می ماند.

مثال: یک ماشین القایی سه فاز $1000\sqrt{3}V, 50Hz$ و چهار قطب با اتصال ستاره با مشخصات زیر مفروض است:

$$\frac{N_s}{N_r} = 2, \text{ راکتانس نشی روتور: تقریباً صفر, } \frac{\Omega}{\text{phase}} = 0.5$$

اگر emf القا شده در یک فاز روتور برابر پنج ولت باشد. گشتاور خروجی چند نیوتن بر متر است. (از تلفات مکانیکی ماشین صرف نظر می کنیم).

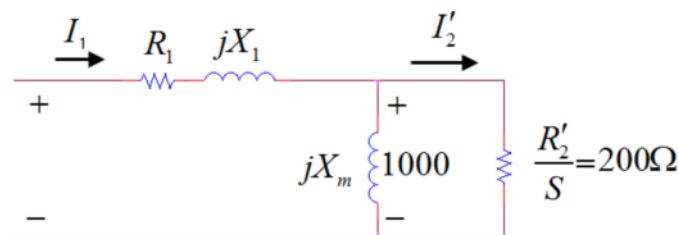
$$R_2 = 0.5 \rightarrow R'_2 = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 R_2 = 2\Omega$$

$$\left. \begin{array}{l} E_r = 5 = SE_{r_0} \\ E_{r_0} = \frac{1000}{2} = 500V \end{array} \right\} \rightarrow S = \frac{E_r}{E_{r_0}} = \frac{5}{500} = 0.01$$

$$\omega_{sync} = \frac{120f}{P} = 1500rpm = \frac{1500 \times 2\pi}{60} = 50\pi \frac{rad}{sec}$$

از افت ولتاژ روی استاتور صرف نظر می کنیم:

$$T = \frac{P_{ag}}{\omega_{sync}} = \frac{3 \times 200 \times 25}{50\pi} = \frac{300}{\pi}$$



مثال: مقاومت خارجی وصل شده به مدار روتور یک موتور القایی سه فاز روتور سیم پیچی شده، افزایش می یابد. سرعت میدان دوار روتور نسبت به روتور چه تغییری می کند؟ (ناظر روی روتور)

با افزایش مقاومت روتور، سرعت روتور کاهش می یابد لذا S افزایش پیدا می کند پس فرکانس روتور زیاد می شود. بنابراین ω_r یعنی سرعت میدان دوار روتور نسبت به روتور طبق رابطه $\omega_r = S\omega_{sync}$ افزایش می یابد.

محاسبه زمان شتاب گیری:

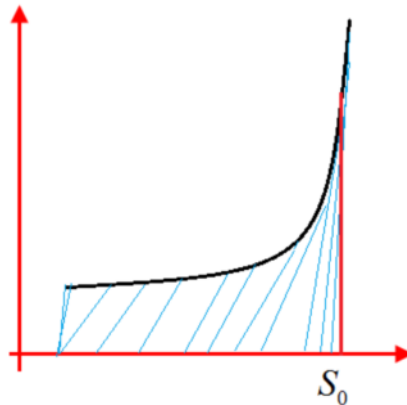
موضوع فوق که یک پدیده گذرا است با فرض اینکه ماشین در راه اندازی به شکلی است که در کلیه حالت‌ها، ماندگار باشد لذا گشتاور به آرامی از کم به زیاد افزایش می‌یابد پس از مدار ارائه شده در این فصل می‌توان استفاده کرد.

$$T_e - T_L = J \frac{d\omega_{rot}}{dt}, \omega_{rot} = (1-S)\omega_{sync}$$

$$\frac{d\omega_{rot}}{dt} = -\omega_{sync} \frac{dS}{dt}$$

$$T_e - T_L = -J\omega_{sync} \frac{dS}{dt} \rightarrow dt = \frac{-J\omega_{sync}}{T_e - T_L} dS$$

در شرایط ماندگار گشتاورهای محرکه T_e, T_L با هم برابرند که از لحاظ ریاضی ایرادی ندارد اما از لحاظ ترسیمی مشکل دارد.



معمولاً در هنگام انتگرال‌گیری به صورت ترسیمی تا خود S_0 جلو نمی‌رویم چون دامنه ∞ است لذا تا نزدیکی آن جلو می‌رویم.

فرض کنیم موتور بی‌بار راه‌اندازی شود در نتیجه $T_L = 0$ و با صرف نظر از R_1 داریم:

$$\frac{T}{T_{MAX}} = \frac{2SS_{MT}}{S^2 + S_{MT}^2} \rightarrow T = \frac{2SS_{MT}T_{MAX}}{S^2 + S_{MT}^2}$$

$$dt = \frac{-J\omega_{sync}}{2} \frac{S^2 + S_{MT}^2}{SS_{MT}T_{MAX}} dS$$

$$dt = -\frac{J\omega_{sync}}{2T_{MAX}} \left(\frac{S}{S_{MT}} + \frac{S_{MT}}{S} \right) dS \xrightarrow{\int} t = -\frac{J\omega_{sync}}{2T_{MAX}} \left(\frac{S^2}{2S_{MT}} + S_{MT} \ln S \right) \Big|_{S_1}^{S_2}$$

$$\omega = 0 \rightarrow S_1 = 1, S_2 = S$$

زمان رسیدن از لغزش ۱ به لغزش S :

$$t = -\frac{J\omega_{sync}}{2T_{MAX}} \left(\frac{S^2 - 1}{2S_{MT}} + S_{MT} \ln S \right)$$

شرایط مینیمم شدن زمان فوق:

$$t = \frac{J\omega_{sync}}{2T_{MAX}} \left(\frac{1-S^2}{2S_{MT}} + S_{MT} \ln \frac{1}{S} \right)$$

$$\frac{dt}{dS_{MT}} = 0 \rightarrow \frac{S^2-1}{2S_{MT}^2} + \ln \frac{1}{S} = 0 \rightarrow S^2 - 1 = 2S_{MT}^2 \ln S$$

$$\rightarrow S_{MT} = \sqrt{\frac{S^2-1}{2 \ln S}}$$

با جایگذاری عبارت فوق در رابطه زمان شتاب گیری، می توان زمان مینیمم را بدست آورد.

تمرین:

راهی دیگر برای مینیمم کردن زمان بوسیله مقاومت روتور را بیان کنید.

محاسبه S_{MPF} :

در مدار ماشین القایی حق صرف نظر از jX_m , jX'_2 را نداریم اما می توان از R_1 در برابر jX_1 صرف نظر کرد.

$$\begin{aligned} Z_{in} &= jX_1 + \frac{jX_m \left(jX'_2 + \frac{R'_2}{S} \right)}{\frac{R'_2}{S} + j(X_m + X'_2)} = jX_1 + \frac{jX_m \left(jX'_2 + \frac{R'_2}{S} \right) \left(\frac{R'_2}{S} - j(X_m + X'_2) \right)}{\left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + (X_m + X'_2)^2} \\ &= jX_1 + \frac{-X_m X'_2 \frac{R'_2}{S} + X_m (X_m + X'_2) \frac{R'_2}{S} + j \left(X_m \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + X_m X'_2 (X_m + X'_2) \right)}{\left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + (X_m + X'_2)^2} \\ Z_{in} &= \frac{-X_m X'_2 \frac{R'_2}{S} + X_m (X_m + X'_2) \frac{R'_2}{S} + j \left(X_m \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + X_m X'_2 (X_m + X'_2) + X_1 \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + X_1 (X_m + X'_2)^2 \right)}{\left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + (X_m + X'_2)^2} \end{aligned}$$

در صورتی که نسبت قسمت حقیقی عبارت فوق به موهومی اش ماکزیمم شود، S_{MPF} بدست می آید.

$$\frac{\text{Re}}{\text{Im}} = \frac{-X_m X'_2 \frac{R'_2}{S} + X_m (X_m + X'_2) \frac{R'_2}{S}}{X_m \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + X_m X'_2 (X_m + X'_2) + X_1 \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + X_1 (X_m + X'_2)^2}$$

$$\frac{\text{Re}}{\text{Im}} = \frac{X_m^2 \frac{R'_2}{S}}{X_m \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + X_m X'_2 (X_m + X'_2) + X_1 \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + X_1 (X_m + X'_2)^2}, \quad d \frac{U}{V} = 0 \rightarrow U'V = V'U$$

$$\rightarrow X_m^2 \frac{R'_2}{S^2} \left(X_m \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + X_m X'_2 (X_m + X'_2) + X_1 \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 + X_1 (X_m + X'_2)^2 \right) = X_m^2 \frac{R'_2}{S} \left(\frac{-2R_2'^2}{S^3} \right) (X_m + X_1)$$

$$\rightarrow \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 (X_m + X_1) - (X_m + X'_2)(X_1 X_m + X_1 X'_2 + X_m X'_2) = \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 (X_m + X_1)$$

$$\rightarrow (X_m + X'_2)(X_1 X_m + X_1 X'_2 + X_m X'_2) = \left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 (X_m + X_1)$$

$$\left(\frac{R'_2}{S} \right)^2 = \frac{(X_m + X'_2)(X_1 X_m + X_1 X'_2 + X_m X'_2)}{(X_m + X_1)}$$

$$S_{M\,PF} = \frac{R'_2}{\sqrt{\frac{X_m + X'_2}{X_m + X_1} + X'_2 + \frac{X_1 X_m}{X_m + X_1}}}$$