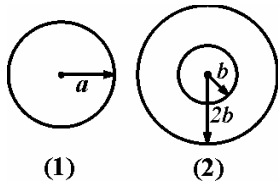


۱- اگر در یک میل گردان دایروی توپر به قطر d ، یک سوراخ هم‌مرکز به قطر $\frac{3d}{4}$ ایجاد نماییم، تحت لنگر پیچشی یکسان تنش برشی ماکزیمم در میل‌گردان برای این حالت چند برابر حالت اول می‌گردد؟

(۱) $\frac{37}{64}$ (۲) $\frac{175}{256}$

(۳) $\frac{117}{256}$ (۴) $\frac{37}{48}$

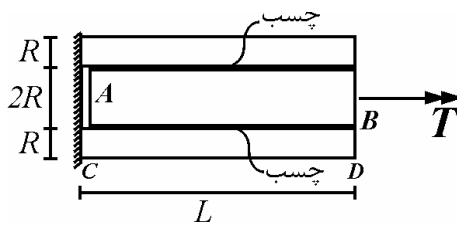
۲- مقطع دایروی (۱) و (۲) دارای مدول برشی، سطح مقطع و طول یکسان می‌باشند، اگر تنش برشی مجاز در هر دو عضو برابر τ باشد حداکثر لنگر پیچشی در مقطع (۱) به (۲) کدام است؟



(۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

(۳) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۳- عضو زیر از چسباندن میله دایروی توپر AB به لوله دایروی توخالی CD ساخته شده است، به طوری که لوله در نقطه C به تکیه‌گاه وصل شده است، اگر میله در نقطه A هیچ اتصالی به تکیه‌گاه نداشته باشد تنش برشی ماکزیمم در وسط لوله CD و در شعاع خارجی کدام است؟



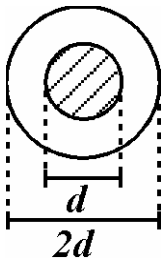
(۱) $\frac{T}{15\pi R^3}$

(۲) $\frac{T}{8\pi R^3}$

(۳) $\frac{2T}{15\pi R^3}$

(۴) $\frac{T}{4\pi R^3}$

۴- اگر در مقطع زیر تحت لنگر پیچشی T لنگر پیچشی تحمل شده توسط هسته داخلی $\frac{T}{4}$ باشد مدول برشی هسته داخلی چند برابر پوسته خارجی می‌باشد؟



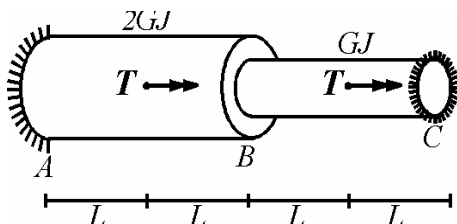
(۱) ۴

(۲) ۸

(۳) ۱۵

(۴) ۱۶

۵- اگر سطح مقطع عرضی اعضاء مقابل دایروی توپر باشد آنگاه پیچش ایجاد شده در نقطه B کدام است؟



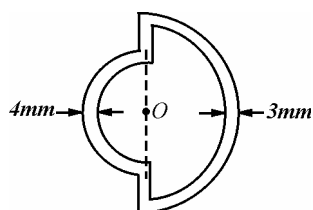
(۱) $\frac{TL}{3GJ}$

(۲) $\frac{2TL}{GJ}$

(۳) $\frac{4TL}{3GJ}$

(۴) $\frac{5TL}{3GJ}$

۶- مقطع زیر از اتصال صلب دو دایره هم مرکز O به شعاع متوسط $40\text{mm}, 30\text{mm}$ ساخته شده است اگر این مقطع تحت لنگر پیچشی $T = 30 \cdot \pi \text{ N.m}$ قرار گیرد تنش برشی ماکزیمم کدام است؟



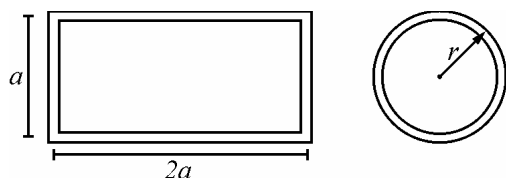
(۱) 10 MPa

(۲) 20 MPa

(۳) 30 MPa

(۴) 40 MPa

۷- اگر دو لوله با سطح مقطع زیر، با طول و جنس یکسان، تحت لنگر پیچشی T قرار گیرند، نسبت پیچش در لوله مستطیلی به لوله دایروی کدام است در صورتی که محیط و ضخامت جدار هر دو مقطع یکسان باشد.



(۱) $\frac{81}{4\pi^2}$

(۲) $\frac{9}{2\pi^2}$

(۳) $\frac{81}{16\pi^2}$

(۴) $\frac{9}{4\pi^2}$

۸- اگر یک کره جدار نازک با ضخامت t تحت فشار داخلی P باشد، آنگاه تغییر حجم کره کدام است؟ (شعاع کره برابر R ، مدول الاستیسیته

برابر E و ضریب پواسون $\nu = \frac{1}{4}$ می باشد)

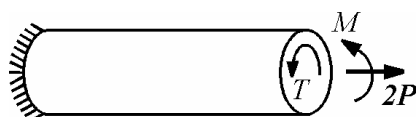
(۱) $\frac{9\pi PR^3}{8tE}$

(۲) $\frac{3\pi PR^3}{8tE}$

(۳) $\frac{3\pi R^3 P}{tE}$

(۴) $\frac{3\pi R^3 P}{E}$

۹- اگر در سازه زیر $M = \frac{5}{2} PR$ و $T = 4 PR$ باشد، تنش نرمال ماکزیمم در عضو کدام است؟ (مقطع دایره به شعاع R می باشد)



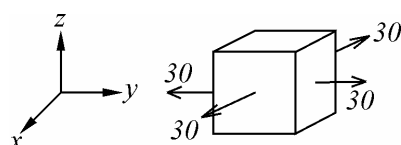
(۱) $\frac{4P}{\pi R^3}$

(۲) $\frac{8P}{\pi R^3}$

(۳) $\frac{10P}{\pi R^3}$

(۴) $\frac{16P}{\pi R^3}$

۱۰- اگر در المان مقابل مقدار کرنش نرمال در امتداد محور z برابر صفر باشد تنش برشی ماکزیمم در المان بر حسب MPa کدام است؟ (تنش ها در المان بر حسب MPa می باشند و $\nu = 0.25$, $E = 200 \text{ GPa}$)



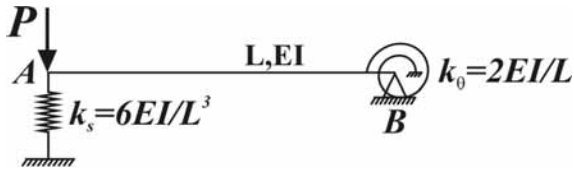
(۱) $7/5 \text{ MPa}$

(۲) 15 MPa

(۳) 30 MPa

(۴) 60 MPa

۱۱- در سازه مقابل لنگر در فنر پیچشی کدام است؟



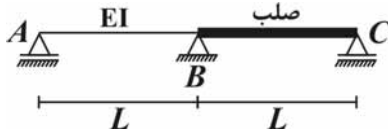
(۱) صفر

(۲) $\frac{PL}{6}$

(۳) $\frac{PL}{3}$

(۴) $\frac{PL}{2}$

۱۲- در سازه زیر اگر تکیه‌گاه B به میزان δ نشست کند لنگر در B کدام است؟



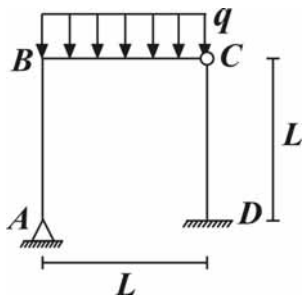
(۱) $\frac{3EI\delta}{2L^2}$

(۲) $\frac{3EI\delta}{L^2}$

(۳) $\frac{6EI\delta}{L^2}$

(۴) $\frac{12EI\delta}{L^2}$

۱۳- در سازه زیر تغییر مکان افقی B کدام است اگر EI برای تمامی اعضاء ثابت باشد. (از تغییر شکل‌های محوری صرف نظر می‌شود)



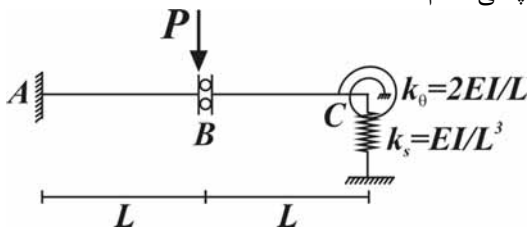
(۱) $\frac{qL^2}{96EI}$

(۲) $\frac{qL^2}{48EI}$

(۳) $\frac{qL^2}{32EI}$

(۴) $\frac{qL^2}{16EI}$

۱۴- در سازه زیر اگر قطعه BC صلب و مشخصات قطعه AB برابر EI باشد لنگر در فنر پیچشی کدام است؟



(۱) $\frac{PL}{6}$

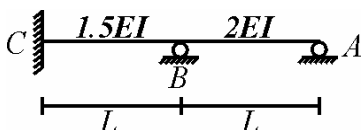
(۲) $\frac{PL}{3}$

(۳) $\frac{PL}{2}$

(۴) PL

۱۵- اگر تکیه‌گاه A به میزان Δ نشست در راستای قائم به سمت پایین و به میزان $\frac{2\Delta}{L}$ نشست دورانی در خلاف جهت عقربه‌های ساعت انجام دهد،

لنگر در تکیه‌گاه C کدام است؟



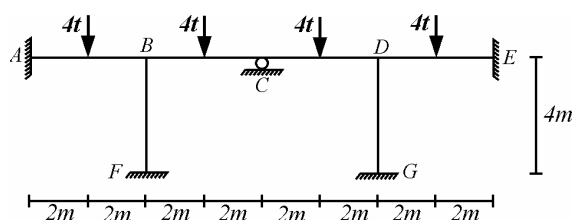
(۱) $\frac{23}{75} \frac{EI}{L^2} \Delta$

(۲) $\frac{19}{25} \frac{EI}{L^2} \Delta$

(۳) $\frac{18}{75} \frac{EI}{L^2} \Delta$

(۴) $\frac{16EI}{L^2} \Delta$

۱۶- لنگر تکیه‌گاه A از ساز زیر را تعیین نمایید اگر EI تمامی اعضا یکسان بوده و از تغییر شکل محوری اعضا صرف نظر شود.



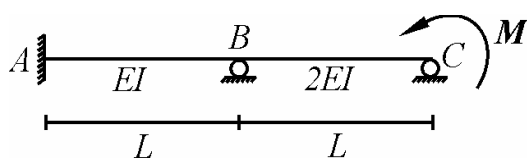
(۱) $2 t.m$

(۲) $4 t.m$

(۳) $8 t.m$

(۴) $16 t.m$

۱۷- در سازه مقابل، لنگر در تکیه‌گاه A کدام است؟



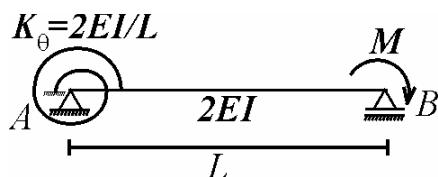
(۱) $\frac{M}{10}$

(۲) $\frac{M}{5}$

(۳) $\frac{3M}{10}$

(۴) $\frac{2M}{5}$

۱۸- اگر لنگر M در نقطه B وارد شود مقدار بار متمرکز P (به سمت پائین) در وسط تیر AB چقدر باشد تا لنگر در فنر پیچشی برابر $\frac{M}{4}$ شود.



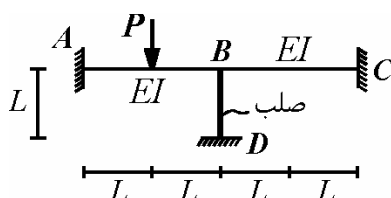
(۱) $\frac{4M}{3L}$

(۲) $\frac{8M}{3L}$

(۳) $\frac{4M}{L}$

(۴) $\frac{8M}{L}$

۱۹- لنگر تکیه‌گاه C از سازه مقابل کدام است؟



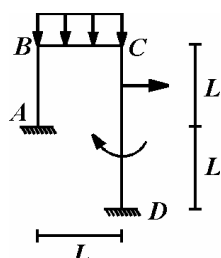
(۱) $\frac{PL}{2}$

(۲) $\frac{PL}{8}$

(۳) $\frac{PL}{4}$

(۴) 0

۲۰- در سازه مقابل مشخصات تمامی اعضا EI می‌باشد، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟



(۱) با داشتن θ_B و یک معادله تعادل لنگر در C ، لنگر در تکیه‌گاه D تعیین می‌شود.

(۲) با داشتن θ_B و تغییر مکان افقی در C ، لنگر در تکیه‌گاه D تعیین می‌شود.

(۳) با داشتن لنگر در نقطه A و لنگر نقطه B از تیر BC و یک معادله تعادل لنگر در اتصال B ، لنگر در تکیه‌گاه D تعیین می‌شود.

(۴) با داشتن لنگر در نقطه C از تیر BC و لنگر در C از ستون CD ، لنگر در تکیه‌گاه D تعیین می‌شود.

مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها

$$\tau_{\max} = \frac{T \times d / 2}{J} \Rightarrow \frac{\tau_{\max}^h}{\tau_{\max}^s} = \frac{J_s}{J_h} = \frac{d^4 - (\frac{2}{3}d)^4}{d^4} = \frac{175}{256} \quad \text{۱ - گزینه (۲)}$$

$$\pi a^2 = \pi (rb)^2 - \pi b^2 \Rightarrow a = \sqrt{r^2 b^2 - b^2}, \tau = \frac{T_{\max}^h a}{J_h}, \tau = \frac{T_{\max}^r (rb)}{J_r} \quad \text{۲ - گزینه (۲)}$$

$$\frac{T_{\max}^h}{T_{\max}^r} = \frac{rb}{a} \frac{J_h}{J_r} = \frac{rb}{\sqrt{r^2 b^2 - b^2}} \frac{\frac{\pi}{2} (\sqrt{r^2 b^2 - b^2})^4}{\frac{\pi}{2} [(rb)^4 - b^4]} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$\tau_D = \frac{(T/2) \times r}{\frac{\pi}{2} [(rR)^4 - R^4]} = \frac{rT}{15\pi R^4} \quad \text{۳ - گزینه (۳) تا وسط لوله } CD \text{ نصف لنگر پیچشی از چسب به لوله منتقل شده است.}$$

$$T_{in} = \frac{(\frac{GJ}{L})_{in}}{(\frac{GJ}{L})_{in} + (\frac{GJ}{L})_o} T = \frac{T}{2} \Rightarrow G_{in} = 15 G_o, \quad (J_o = 15 J_{in}) \quad \text{۴ - گزینه (۳)}$$

۵ - گزینه (۴) با استفاده از روش پخش لنگر پیچشی، پیچش ایجاد شده در نقطه B از تقسیم لنگر پیچشی پخشی به سختی کل اتصال به دست می‌آید:

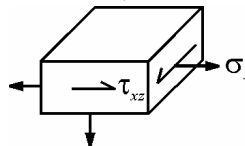
$$\phi_B = \frac{T}{\frac{rGJ}{2L} + \frac{GJ}{2L}} = \frac{rTL}{rGJ}$$

$$A_m = \frac{\pi}{2} (30)^2 + \frac{\pi}{2} (40)^2 = 1250\pi \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{T}{\tau t_{\min} A_m} = \frac{300\pi \times 1000}{2 \times 3 \times 1250\pi} = 40 \text{ MPa} \quad \text{۶- گزینه (۴)}$$

$$2\pi r = \epsilon a \Rightarrow a = \frac{\pi r}{\epsilon}, \Rightarrow \frac{\phi_R}{\phi_C} = \frac{J_C}{J_R} = \frac{A_C^2}{A_R^2} = \left(\frac{\pi r^2}{2a^2}\right)^2 = \frac{1}{4\pi^2} \quad \text{۷- گزینه (۱)}$$

$$\epsilon_R = \frac{\sigma - \nu\sigma}{E} = \frac{PR}{2t} \left(\frac{1-\nu}{E}\right) = \frac{\nu PR}{4tE} \Rightarrow \Delta R = \frac{\nu PR^2}{4tE} \quad \text{و} \quad V = \frac{\pi}{2} PR^2 \Rightarrow \Delta V = \nu \pi R^2 \Delta R = \frac{\nu \pi PR^3}{4tE} \quad \text{۸- گزینه (۱)}$$

۹- گزینه (۴) بر روی یک المان در نقطه پایین مقطع داریم:

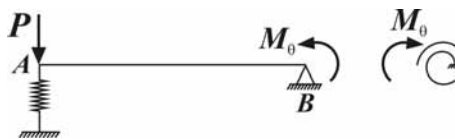
$$\sigma_x^M = \frac{\frac{\Delta}{2} PR \times R}{\frac{\pi}{4} R^2} = \frac{10P}{\pi R^2}, \quad \sigma_x^P = \frac{2P}{\pi R^2} \Rightarrow \sigma_x = \sigma_x^M + \sigma_x^P = \frac{12P}{\pi R^2} \quad \text{و} \quad \tau_{xz} = \frac{\frac{\pi}{4} PR \times R}{\frac{\pi}{2} R^2} = \frac{1}{2} P$$


$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = \frac{16P}{\pi R^2}$$

۱۰- گزینه (۱) در این صورت تنش نرمال در امتداد محور z کششی بوده و داریم:

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)}{E} = 0 \Rightarrow \sigma_z = 15 \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{30 - 15}{2} = 7.5 \text{ MPa}$$

۱۱- گزینه (۲) با آزاد نمودن فنر پیچشی و قرار دادن لنگر بر روی تیر AB در نقطه B و لنگر پیچشی داریم:

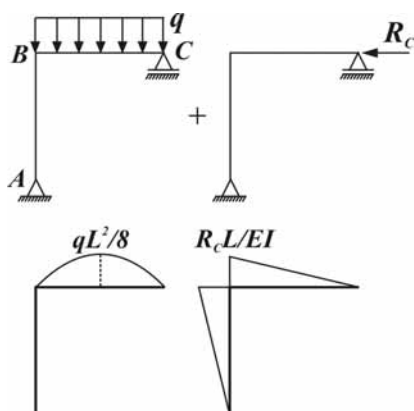


$$\frac{1}{L} \frac{P}{k_s} + \left(\frac{M_\theta L}{2EI} + \frac{1}{k_s} \frac{M_\theta}{L} \right) = -\frac{M_\theta}{k_\theta} \Rightarrow M_\theta = \frac{PL}{6}$$

۱۲- گزینه (۳) از لحاظ نیرویی نشست تکیه‌گاه B به میزان delta معادل نشست تکیه‌گاه C به میزان 2delta می‌باشد اگر تکیه‌گاه C به میزان 2delta نشست

$$\frac{M_B L}{2EI} = \frac{2\delta}{L} \Rightarrow M_B = \frac{6EI\delta}{L^2} \quad \text{کند دوران در B با توجه به صلب بودن قطعه BC برابر } \frac{2\delta}{L} \text{ می‌باشد برای قطعه AB داریم:}$$

۱۳- گزینه (۲) تغییر مکان افقی نقطه B با نقطه C برابر است زیرا از تغییر شکل محوری عضو BC صرف نظر می‌شود بنابراین کافی است نیروی برشی در نقطه C از تیر CD را تعیین نماییم برای این منظور با ترکیب تکیه‌گاه D با C تکیه‌گاه مفصلی حاصل می‌شود که کافی است عکس العمل افقی آن محاسبه شود با آزاد نمودن عکس العمل افقی تکیه‌گاه C داریم:



$$\frac{qL^2}{8} (L+0) \frac{L}{3} = \frac{R_C L}{EI} L \frac{L}{3} \times 2$$

$$R_C = \frac{qL}{16} \Rightarrow u_C^H = \frac{\left(\frac{qL}{16}\right)L^2}{2EI} = \frac{qL^3}{32EI}$$

۱۴- گزینه (۲) با جدا نمودن سازه از B و قرار دادن M_B با جهات مختلف روی سازه BC, BA داریم:



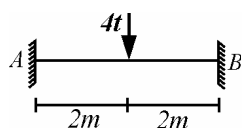
۱۵- گزینه (۳)

$$k_{BC} = \frac{4(1/5 EI)}{L} = \frac{4EI}{5L}, \quad k_{BA} = \frac{3(2EI)}{L} = \frac{6EI}{L}$$

$$FEM_{BA} = \frac{3 \times 2EI}{L^3} \Delta, \quad FEM_{BC} = -\frac{2 \times 1/5 EI}{L} \theta - \frac{4 \times 1/5 EI}{L^3} \Delta = -\frac{1/5 EI}{L^3} \Delta$$

$$FEM_{CB} = -\frac{4 \times 1/5 EI}{L} \theta - \frac{6 \times 1/5 EI}{L^3} \Delta = -\frac{2/5 EI}{L^3} \Delta$$

$$M_A = -\frac{2/5 EI}{L^3} \Delta + \frac{1(1/5 - 6)EI}{2L^3} \Delta = -\frac{18/5 EI}{L^3} \Delta$$



۱۶- گزینه (۱) با دوبار استفاده از تقارن محوری نسبت به محور عبوری از B, C داریم:

$$M_A = \frac{-4(4)}{8} = -2 \text{ t.m}$$

۱۷- گزینه (۱)

$$FEM_{BC} = \frac{M}{2} \rightarrow M_{BA} = \frac{\frac{4EI}{L}}{\frac{4EI}{L} + \frac{6EI}{L}} \times \frac{M}{2} = \frac{M}{5}, \quad M_{AB} = \frac{M}{10}$$

۱۸- گزینه (۴)

$$M_A = \frac{\frac{2EI}{L}}{\frac{2EI}{L} + \frac{6EI}{L}} \left(\frac{3PL}{16} - \frac{M}{2} \right) = \frac{M}{4} \Rightarrow P = \frac{8M}{L}$$

۱۹- گزینه (۴) دوران در B برابر صفر بوده بنابراین تیر AB مانند یک تیر دو سر گیردار عمل می کند و هیچ باری به تکیه گاه C منتقل نمی شود

۲۰- گزینه (۳) صحیح می باشد.