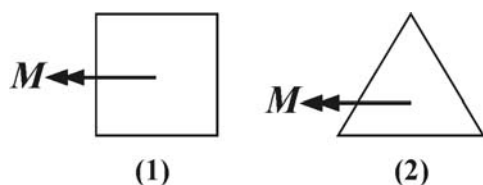
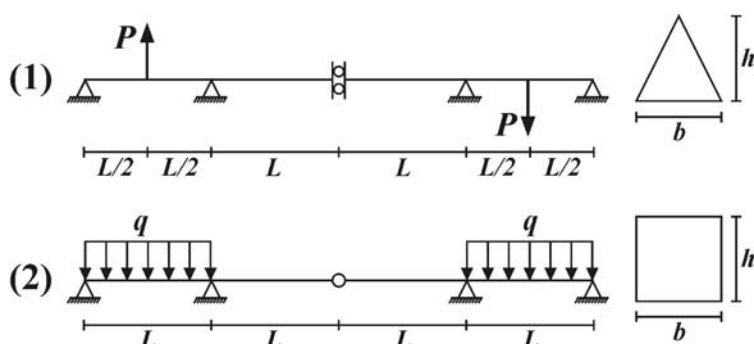


۱- اگر مساحت دو مقطع مربعی و مثلث متساوی الاضلاع نشان داده شده یکسان باشد، نسبت تنش خمشی ماکزیمم در مقطع مربعی به مقطع مثلثی کدام است؟



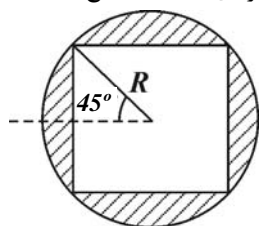
- (۱)  $\frac{\sqrt[4]{3}}{2}$   
 (۲)  $\sqrt[4]{3}$   
 (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (۴)  $\sqrt{3}$

۲- نسبت تنش خمشی ماکزیمم در حالت (۱) به حالت (۲) کدام است؟



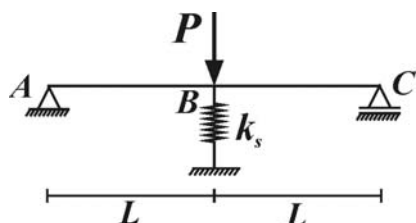
- (۱)  $\frac{8P}{qL}$   
 (۲)  $\frac{6P}{qL}$   
 (۳)  $\frac{4P}{qL}$   
 (۴)  $\frac{2P}{qL}$

۳- مقطع مقابل یک مقطع دایروی بوده که از داخل آن یک مربع هم‌مرکز خارج شده است در این صورت هسته مقطع دایره‌ای است به شعاع:



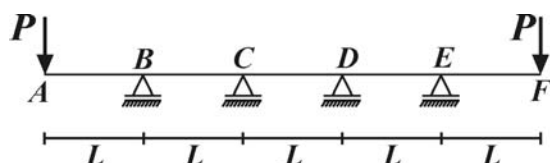
- (۱)  $\frac{5\pi - 1}{12\pi - 1} R$   
 (۲)  $\frac{4\pi - 1}{12\pi - 1} R$   
 (۳)  $\frac{3\pi - 1}{12\pi - 1} R$   
 (۴)  $\frac{3\pi - 4}{12(\pi - 2)} R$

۴- اگر به تیر ABC به طور هم‌زمان بار P و گرادیان حرارتی اعمال شود به طوری که دمای سطح بالای تیر به میزان  $2T$  و سطح پایین به میزان  $T$  افزایش یابد، مقدار  $T$  را به نحوی تعیین نمایید تا در فنر نیرویی ایجاد نشود. (مقطع تیر، مستطیلی به عرض  $b$  و عمق  $h$  و دارای مدول الاستیسیته  $E$  و ضریب انبساط حرارتی  $\alpha$  می‌باشد)



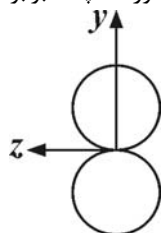
- (۱)  $\frac{16PL}{\alpha E b h^3}$   
 (۲)  $\frac{8PL}{\alpha E b h^3}$   
 (۳)  $\frac{4PL}{\alpha E b h^3}$   
 (۴)  $\frac{2PL}{\alpha E b h^3}$

۵- اگر در سازه زیر مشخصات تیر AF در طول آن ثابت باشد، تحت بارگذاری نشان داده شده در چند نقطه از تیر AF لنگر برابر صفر است؟



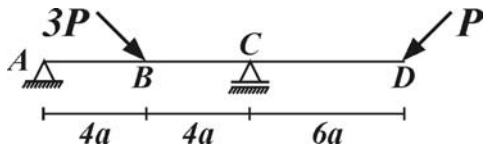
- (۱) ۳  
 (۲) ۴  
 (۳) ۵  
 (۴) ۶

۶- مقطع زیر از اتصال دو دایره جدار نازک به شعاع R و ضخامت  $t$  ساخته شده است. نسبت مقاومت خمشی مقطع حول محور  $z$  چند برابر محور  $y$  است؟



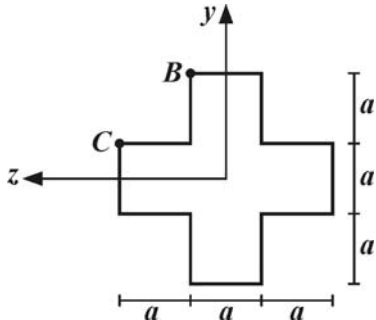
- (۱) ۳  
 (۲)  $\frac{3}{2}$   
 (۳)  $\frac{3}{4}$   
 (۴)  $\frac{1}{3}$

۷- اگر مقطع تیر مقابل مربعی به ضلع  $a$  باشد، قدرمطلق حداکثر تنش نرمال را در تیر  $ABCD$  تعیین نمایید. (باری متمرکز با افق زاویه  $45^\circ$  می‌سازد)



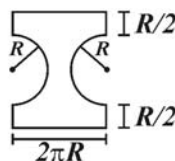
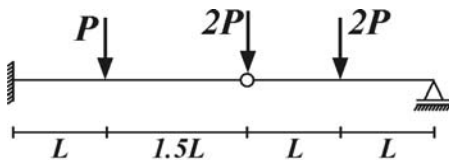
(۱)  $\frac{37}{\sqrt{2}} \frac{P}{a^2}$  (۲)  $\frac{38}{\sqrt{2}} \frac{P}{a^2}$   
 (۳)  $\frac{39}{\sqrt{2}} \frac{P}{a^2}$  (۴)  $\frac{40}{\sqrt{2}} \frac{P}{a^2}$

۸- اگر نیروی محوری کششی  $P$  در نقطه  $B$  به مقطع زیر اعمال شود، نسبت تنش نرمال در نقطه  $B$  به  $C$  کدام است؟



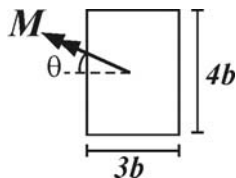
(۱)  $\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{179}{91}$   
 (۳)  $\frac{151}{91}$  (۴)  $\frac{179}{119}$

۹- تنش خمشی ماکزیمم در تیر مقابل با مقطع نشان داده شده کدام است؟



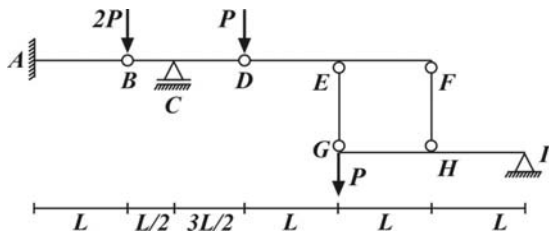
(۱)  $\frac{17PL}{8\pi R^3}$  (۲)  $\frac{2PL}{\pi R^3}$   
 (۳)  $\frac{5PL}{16\pi R^3}$  (۴)  $\frac{3PL}{\pi R^3}$

۱۰- اگر در مقطع زیر  $\theta$  از صفر تا  $90^\circ$  تغییر کند حداکثر تنش خمشی در مقطع کدام است؟



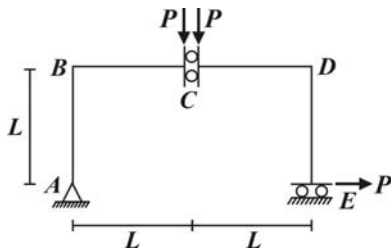
(۱)  $\frac{4M}{3b^3}$  (۲)  $\frac{5M}{8b^3}$   
 (۳)  $\frac{M}{2b^3}$  (۴)  $\frac{5M}{24b^3}$

۱۱- لنگر تکیه‌گاه  $A$  از سازه مقابل کدام است؟



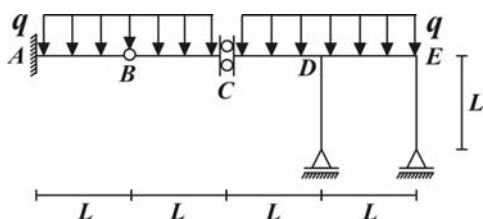
(۱)  $7PL$  (۲)  $5PL$   
 (۳)  $3PL$  (۴)  $PL$

۱۲- لنگر در تکیه‌گاه  $E$  از سازه مقابل را تعیین نمایید.



(۱)  $3PL$  (۲)  $2PL$   
 (۳)  $PL$  (۴)  $0$

۱۳- لنگر اتصال دوغلتکی  $C$  از سازه مقابل کدام است؟



(۱)  $\frac{qL^3}{2}$  (۲)  $\frac{qL^3}{4}$   
 (۳)  $qL^3$  (۴)  $2qL^3$

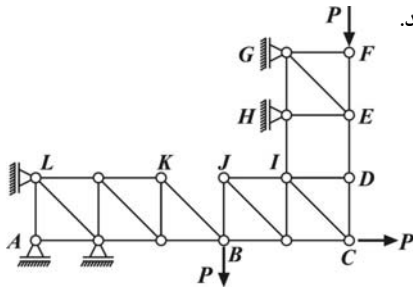
۱۴- عکس‌العمل قائم تکیه‌گاه  $A$  را تعیین نمایید در صورتی که طول اعضاء افقی و قائم خرابا برابر  $L$  باشد.

(۱)

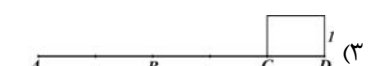
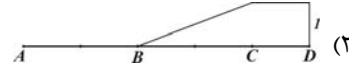
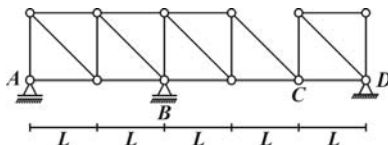
(۲)  $P$

(۳)  $2P$

(۴)  $3P$



۱۵- خط تأثیر عکس‌العمل قائم تکیه‌گاه  $D$  از سازه مقابل کدام است؟



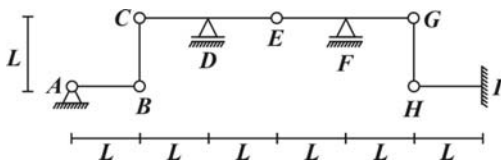
۱۶- حداکثر نیروی میله  $GH$  از سازه مقابل بر حسب تن کدام است اگر بار منفرد و متحرک ۲۰ تن از ناحیه  $CG$  عبور کند.

(۱) ۵

(۲) ۱۰

(۳) ۱۵

(۴) ۲۰



۱۷- حداکثر لنگر مثبت در فنر پیچشی نقطه  $B$  از سازه زیر کدام است اگر بار گسترده متحرک  $4t/m$  و به طول  $L$  از ناحیه  $AF$  عبور کند.

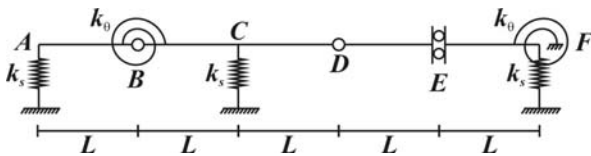
( $L = 4m$ )

(۱)  $16tm$

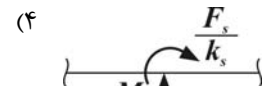
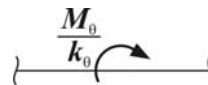
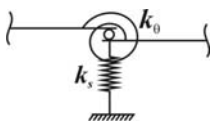
(۲)  $24tm$

(۳)  $32tm$

(۴)  $48tm$



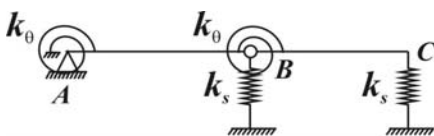
۱۸- تیر مزدوج اتصال مقابل کدام است؟



۱۹- در نقطه  $B$  از تیر مزدوج سازه مقابل مقدار نیروی متمرکز ..... و لنگر متمرکز .....

(۱) برابر  $\frac{M_g}{k_\theta}$  - وجود ندارد. (۲) برابر  $\frac{F_s}{k_s}$  - برابر  $\frac{M_g}{k_\theta}$  است.

(۳) وجود ندارد - برابر  $\frac{F_s}{k_s}$  است. (۴) وجود ندارد - وجود ندارد.



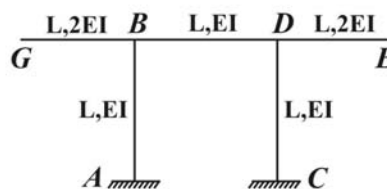
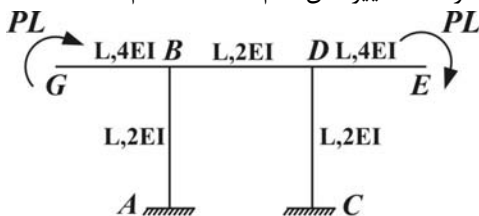
۲۰- اگر تغییرمکان افقی در نقطه  $D$  از سازه (۱) برابر  $\delta$  باشد تحت بار افقی  $2P$  در نقطه  $B$  از سازه (۲) تغییرمکان قائم نقطه  $G$  کدام است؟

(۱)  $4\delta$

(۲)  $2\delta$

(۳)  $\delta$

(۴)  $\frac{\delta}{2}$



(۱)

(۲)

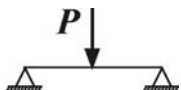
## مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها

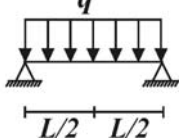
۱ - گزینه (۱) اگر ضلع مربع برابر  $a$  و مثلث برابر  $b$  باشد داریم:

$$a^2 = b^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow a = b \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sigma_{\max}^s = \frac{6M}{a^2}, \quad \sigma_{\max}^t = \frac{Mb \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{96} b^2} = \frac{32M}{b^2} \Rightarrow \frac{\sigma_{\max}^s}{\sigma_{\max}^t} = \frac{2}{16} \frac{b^2}{a^2} = \frac{2}{16} \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۲ - گزینه (۱) در حالت (۱) بارگذاری معکوس و در حالت (۲) مستقیم است که در حالت (۱) لنگر و در حالت (۲) برش در محل تقارن صفر باشد.

(1) 

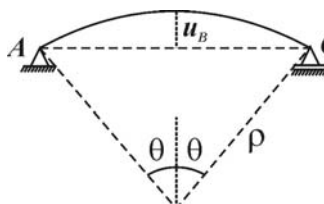
(2) 

$$M_{\max}^1 = \frac{PL}{4}, \quad M_{\max}^2 = \frac{qL^2}{8}, \quad \frac{\sigma_{\max}^1}{\sigma_{\max}^2} = \frac{\frac{1}{32} bh^2}{\frac{qL^2}{8} \times \frac{h}{2}} = \frac{LP}{qL}$$

۳ - گزینه (۴) با توجه به آنکه در دایره و مربع  $I_z = I_y$  بوده و  $I_{yz} = 0$  می‌باشد بنابراین ممان اینرسی حول هر محور عبوری از مرکز سطح این مقطع یکسان بوده و در نتیجه هسته مقطع دایروی است. با قرار دادن تار خنثی روی یک نقطه از محیط مقطع داریم:

$$y_N = -\frac{I}{Ae} \Rightarrow R = -\frac{\frac{\pi R^4}{4} - \frac{4R^4}{12}}{(\pi R^2 - 2R^2)e} \Rightarrow e = \frac{2\pi - 4}{12(\pi - 2)} R$$

۴ - گزینه (۳) تحت گرادیان حرارتی مطابق شکل حرکت آزاد نقطه  $B$  به سمت بالا برابر است با:



$$u_B = \rho(1 - \cos \theta) \approx \rho \frac{\theta^2}{2} \Rightarrow u_B = \frac{L^2}{2\rho}, \quad K = \frac{1}{\rho} = \frac{\alpha(T_2 - T_1)}{h} = \frac{\alpha T}{h} \Rightarrow u_B = \frac{\alpha TL^2}{2h}$$

$$2\rho\theta = L \Rightarrow \theta = \frac{L}{2\rho}$$

از طرفی تحت بار  $P$  در  $B$  تغییر مکان نقطه  $B$  برابر است با:

$$u_B = -\frac{P(\sqrt{2}L)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}EI} = -\frac{PL^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}EI}$$

$$u_B = 0 \Rightarrow \frac{\alpha TL^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}h} = \frac{PL^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}E \frac{bh^{\frac{3}{2}}}{12}} \Rightarrow T = \frac{\sqrt{2}PL}{\alpha E b h^{\frac{3}{2}}}$$

۵- گزینه (۲) با توجه به تقارن در سازه و بارگذاری، برش در وسط تیر  $CD$  برابر صفر است با توجه به آنکه بر روی این تیر بارگذاری خارجی وجود ندارد لنگر در طول این تیر ثابت بوده و در هیچ نقطه‌ای صفر نیست از طرفی با توجه به تغییر شکل یافته سازه لنگر در نقطه  $C$  مثبت و در نقطه  $B$  منفی است بنابراین در یک نقطه از تیر  $BC$  لنگر صفر می‌باشد همچنین در نقطه متقارن این نقطه یعنی ناحیه  $DE$  نیز در یک نقطه لنگر صفر است از طرفی لنگر در  $F, A$  نیز برابر صفر است.

$$\frac{S_z}{S_y} = \frac{I_z}{I_y} \frac{R}{\sqrt{2}R} = \frac{\sqrt{2}(\pi R^{\frac{3}{2}}t + \sqrt{2}\pi R t R^{\frac{3}{2}})}{\sqrt{2}R} \frac{R}{\sqrt{2}\pi R^{\frac{3}{2}}t} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{۶- گزینه (۲)}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{P\sqrt{2}}{a^{\frac{3}{2}}} + \frac{\sqrt{2}Pa}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}P}{a^{\frac{3}{2}}} \quad \text{۷- گزینه (۱) با توجه به دیاگرام نیروی محوری و لنگر خمشی نقطه C بحرانی ترین نقطه می‌باشد.}$$

$$\sigma_B = \frac{P(\frac{\sqrt{2}a}{2})(\frac{\sqrt{2}a}{2})}{I} + \frac{P(\frac{a}{2})(\frac{a}{2})}{I} + \frac{P}{\Delta a^{\frac{3}{2}}} = \frac{179}{145} \frac{P}{a^{\frac{3}{2}}} \quad \text{۸- گزینه (۴) با انتقال بار به مبدأ مختصات داریم:}$$

$$\sigma_C = \frac{P(\frac{\sqrt{2}a}{2})(\frac{a}{2})}{I} + \frac{P(\frac{a}{2})(\frac{\sqrt{2}a}{2})}{I} + \frac{P}{\Delta a^{\frac{3}{2}}} = \frac{119}{145} \frac{P}{a^{\frac{3}{2}}}, \quad I = \frac{a(\sqrt{2}a)^{\frac{3}{2}}}{12} + \frac{\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}}{12} = \frac{29}{12} a^{\frac{3}{2}}, \quad \frac{\sigma_B}{\sigma_C} = \frac{179}{119}$$

۹- گزینه (۴) با انتقال مرکز نیم‌دایره راست به میزان  $\sqrt{2}R$  به سمت چپ یک دایره کامل به وجود می‌آید که با کسر ممان اینرسی مستطیل  $\sqrt{2}R$  در  $\sqrt{2}R$  ممان اینرسی مقطع به دست می‌آید از طرفی لنگر ماکزیمم در تکیه‌گاه رخ می‌دهد.

$$I = \frac{(\sqrt{2}R)(\sqrt{2}R)^{\frac{3}{2}}}{12} - \frac{\pi R^{\frac{3}{2}}}{4} = \frac{17}{4} \pi R^{\frac{3}{2}}, \quad \sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \frac{\sqrt{2}R}{2}}{\frac{17}{4} \pi R^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}P \times \sqrt{2}/\Delta L + PL}{17\pi R^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}PL}{\pi R^{\frac{3}{2}}}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cos \theta \times \sqrt{2}b}{\sqrt{2}b \frac{(\sqrt{2}b)^{\frac{3}{2}}}{12}} + \frac{M \sin \theta \cdot \frac{\sqrt{2}b}{2}}{\sqrt{2}b \frac{(\sqrt{2}b)^{\frac{3}{2}}}{12}}, \quad \frac{d\sigma_{\max}}{d\theta} = 0 \Rightarrow \tan \theta = \frac{4}{3} \quad \text{۱۰- گزینه (۴) با تصویر نمودن لنگر حول محورهای y, z داریم:}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{12M \times 1/\sqrt{2}b}{3 \times \sqrt{2}b^{\frac{3}{2}}} + \frac{12M(1/\sqrt{2}b)}{4 \times \sqrt{2}b^{\frac{3}{2}}} = \frac{5}{24} \frac{M}{b^{\frac{3}{2}}}$$

۱۱- گزینه (۳) این سازه، سازه‌ای معین بوده که از ترکیب چهار قطعه  $AB$  (به تنهایی پایدار) و  $GI, DF, BD$  (به تنهایی ناپایدار) تشکیل شده است. بار  $\sqrt{2}P$  در  $B$  بر روی قطعه به تنهایی پایدار  $AB$  اعمال شده پس توسط این قطعه منتقل می‌گردد اما بار  $P$  در  $G$  بر روی قطعه به تنهایی ناپایدار  $GI$  اعمال شده و باید برای انتقال آن تکیه‌گاه‌ها و اتصالات را از نقطه  $A$  ترکیب نمود با ترکیب تکیه‌گاه  $A$  با اتصال  $B$  یک تکیه‌گاه مفصلی و سپس با تکیه‌گاه  $C$  یک تکیه‌گاه گیردار و پس از آن با اتصال  $D$  یک تکیه‌گاه مفصلی حاصل می‌گردد که با ترکیب آن با اتصال دو

غلطکی  $(FH, GE)$  یک غلتک قائم در نقطه  $D$  حاصل می‌گردد که مقدار  $\frac{2P}{3}$  از بار  $P$  در  $G$  را تحمل نموده و در نتیجه قطعه  $BD$  باید نیروی  $P + \frac{2P}{3} = \frac{5P}{3}$  را در  $D$  تحمل کند با ترکیب تکیه‌گاه  $A$  با اتصال  $B$  تکیه‌گاه مفصلی حاصل می‌گردد که با لنگرگیری حول  $C$  مقدار  $5P$  به تکیه‌گاه  $B$  به سمت پائین و  $5P$  به اتصال  $B$  از تیر  $AB$  به سمت بالا منتقل شده و در نتیجه تیر طره  $AB$  تحت بار  $3P = 5P - 2P$  در  $B$  قرار می‌گیرد یعنی لنگر در  $A$  برابر  $3PL$  می‌گردد.

۱۲- گزینه (۳) این سازه پایدار و معین بوده و از ترکیب دو قطعه به تنهایی ناپایدار  $CE, AC$  تشکیل شده است بار  $P$  در لبه چپ اتصال  $C$  به صورت یک لنگر در جهت عقربه‌های ساعت به قطعه  $CDE$  منتقل شده و با لنگر ناشی از بار  $P$  در لبه سمت راست اتصال  $C$  هیچ لنگری حول  $E$  ایجاد نمی‌گردد و تنها لنگر ناشی از بار  $P$  در  $E$  به میزان  $PL$  در جهت عقربه‌های ساعت وجود خواهد داشت.

۱۳- گزینه (۱) این سازه معین و پایدار بوده و از اتصال دو قطعه به تنهایی پایدار  $CE, AB$  (برای این بارگذاری) حاصل شده است بنابراین بارگذاری در ناحیه  $AB$  توسط تکیه‌گاه گیردار  $A$  و در ناحیه  $CE$  توسط تکیه‌گاه‌های غلتکی منتقل می‌گردد و فقط بارگذاری در ناحیه  $BC$  ایجاد لنگر در  $C$  می‌کند با ترکیب تکیه‌گاه  $A$  با  $B$  یک تکیه‌گاه مفصلی و تکیه‌گاه‌های غلتکی با اتصال  $C$  یک لنگر حاصل می‌گردد که مقدار لنگر برابر است با:

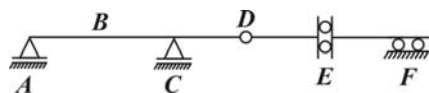
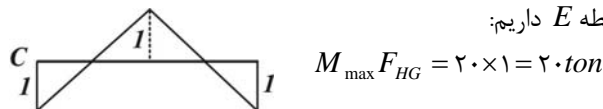
$$M_C = \frac{qL^2}{2}$$

۱۴- گزینه (۴) این سازه از ترکیب سه خرپای سازه  $ABKL$  (به تنهایی پایدار)،  $EFGH, BCDJ$  (به تنهایی ناپایدار) ساخته شده است بنابراین ابتدا باید انتقال بار از طریق خرپاهای به تنهایی ناپایدار تعیین گردد با ترکیب تکیه‌گاه‌های خرپای به تنهایی پایدار با اتصال مفصلی  $B$  یک تکیه‌گاه مفصلی و با ترکیب این تکیه‌گاه با اتصال دو غلتکی (شامل میله‌های  $IH, DE$ ) یک غلتک قائم در نقطه  $B$  حاصل شده که بار  $P$  در  $F$  را تحمل می‌نماید با انتقال این بار به نقطه  $B$  به صورت معکوس خرپای  $ABKL$  تحت بار قائم  $2P$  در  $B$  و افقی  $P$  قرار می‌گیرد که با لنگرگیری حول محل تقاطع دو تکیه‌گاه غلتکی دیگر عکس‌العمل قائم تکیه‌گاه  $A$  برابر است با:

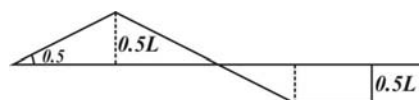
$$R_A = \frac{1}{L} (2P \times 2L - P \times L) = 3P$$

۱۵- گزینه (۱) با حذف عکس‌العمل قائم  $D$  سازه برای بار قائم از  $A$  تا  $C$  پایدار و دارای خط تأثیر صفر می‌باشد با اعمال تغییرمکان قائم به سمت بالا در  $D$  این بخش حول نقطه  $C$  دوران نموده و تغییرشکلی مشابه گزینه (۱) خواهد داشت.

۱۶- گزینه (۴) با حذف میله  $GH$  سازه در ناحیه  $HI$  پایدار و در بقیه نواحی ناپایدار خواهد بود با اعمال تغییرمکان قائم واحد در  $G$  به سمت پایین تغییرشکل سازه در ناحیه  $CG$  مطابق شکل می‌باشد که با قرار دادن بار منفرد در نقطه  $E$  داریم:



۱۷- گزینه (۲) با توجه به آنکه سازه معین است می‌توان مطابق شکل تمامی اتصالات و تکیه‌گاه‌ها را صلب نمود. با توجه به خط تأثیر لنگر در  $B$  برای ماکزیمم لنگر مثبت بار گسترده باید در سمت چپ و راست  $B$  به صورت متقارن قرار گیرد در این صورت داریم:



$$M_{\max}^+ = \frac{0.25L + 0.5L}{2} \times 0.5L \times 2 \times 4 = 24$$

۱۸- گزینه (۱) تغییرمکان قائم چپ و راست نقطه مورد نظر یکسان بوده و در نتیجه لنگر متمرکزی در این نقطه نباید به وجود آمده باشد از سوی دیگر دوارن چپ و راست در این نقطه به میزان دوران در فتر پیچشی یا  $\frac{M_\theta}{k_\theta}$  اختلاف دارد بنابراین باید یک نیروی متمرکز به میزان  $\frac{M_\theta}{k_\theta}$  در این نقطه وجود داشته باشد.

۱۹- گزینه (۱) نیروی متمرکز در نقطه  $B$  به میزان اختلاف شیب چپ و راست این نقطه یعنی  $\frac{M_{\theta}}{k_{\theta}}$  و لنگر متمرکز به میزان اختلاف تغییر مکان چپ و راست نقطه  $B$  می باشد که با توجه به مفصلی بودن این نقطه اختلافی وجود ندارد.

۲۰- گزینه (۲) در صورتی که بار افقی  $2P$  در سازه (۲) به نقطه  $B$  اعمال شود این بار را می توان به دو بار متقارن  $P$  و دو بار پادمتقارن  $P$  تقسیم نمود که در حالت متقارن هیچ تغییر مکانی در نقطه  $B$  به وجود نمی آید در حالت پادمتقارن با نصف نمودن سازه و قانون تقابل ماکسول داریم:

$$M_G \cdot \theta_G^v = P_B^v \cdot u_{HB}^v, \quad PL \times \frac{u_{VG}^v}{L} = P \times 2\delta, \quad u_{VG}^v = 2\delta$$

نکته ۱ تغییر مکان قائم  $G$  از سازه (۲) را می توان با توجه به تغییر شکل صلب قطعه  $BG$  از حاصل ضرب دوران در  $G$  در طول  $BC$  به دست آورد.

نکته ۲ مشخصات سازه (۱) دو برابر سازه (۲) بوده بنابراین با تبدیل سازه (۱) به (۲) تغییر مکان افقی نقطه  $B$  برابر  $2\delta$  خواهد شد.